INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS DA AMAZÔNIA - INPA

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS - UEA

Programa de Pós-Graduação em Clima e Ambiente - PPG-CLIAMB

Na visão espectral o aumento na concentração de gases estufa intensifica o trabalho atmosférico

Dissertação de Mestrado

ANDRÉ FERREIRA ARANHA

Orientador

JOSÉ AUGUSTO PAIXÃO VEIGA

Manaus, AM
Maio/2014

André Ferreira Aranha

Na visão espectral o aumento na concentração de gases estufa intensifica o trabalho atmosférico

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Clima e Ambiente, como parte dos requisítos para obtenção do título de Mestre em CLIMA E AMBIENTE.

Orientador: JOSÉ AUGUSTO PAIXÃO VEIGA

Manaus, AM
2014

André Ferreira Aranha

Na visão espectral o aumento na concentração de gases estufa intensifica o trabalho atmosférico

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Clima e Ambiente, como parte dos requisítos para obtenção do título de Mestre em CLIMA E AMBIENTE.

Aprovação em 27/03/2014

Banca Examinadora:

_____
Prof. Dr. Carlos Frederico Mendoça Raupp

_____
Prof. Dr. José Augusto Paixão Veiga - UEA/EST

_____
Profa. Dra. Rita Valéria Andreoli de Souza

Manaus, AM
2014

A662 Aranha, André Ferreira
Na visão espectral o aumento na concentração de gases estufa intensifica o trabalho atmosférico / André Ferreira Aranha. --- Manaus: [s.n], 2014.
xviii, 122 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado) --- INPA, Manaus, 2014.
Orientador : José Augusto Paixão Veiga.
Área de concentração : Interações Clima-Biosfera na Amazônia.

1. Energética espectral. 2. Análise de Fourier. 3. Mudanças climáticas. I. Título.

CDD 551.6

Resumo

Estudos energéticos relacionadas a um planeta aquecido têm sido focados nas energias cinética e potencial perturbadas e não perturbadas. No entanto, pouco se sabe sobre a resposta energética espectrais devido às emissões de gases de efeito estufa. Além disso, à medida que novas projeções climáticas são disponibilizadas a partir de uma série de modelos climáticos sob os experimentos MPI-ESR-MR, o presente trabalho relata a energética espectrais globais que seguem *Representative Concentration Pathway* (RCP). A análise baseia-se no cenário RCP85 forçando experimento (2080-2099) e uma simulação de controle (1980-1999) a partir do modelo ECHAM. É feita em primeiro lugar uma comparação entre as energias fornecidas pelas reanálises do NCEP e pelo modelo ECHAM para fins de validaÃ§Ã£o. A validação do modelo ECHAM é feita para o período 1980-1999. Depois disso, comparou-se os resultados energéticos para o modelo ECHAM por dois períodos distantes, 1980-1999 e 2080-2099, para analisar os impactos de altas emissões de gases de efeito estufa na energia espectral. Em geral, os resultados mostram que o modelo e reanálise ECHAM produzem resultados semelhantes com menores diferenças. No estado fundamental, quando se considera um ciclo do estado perturbado de energia, o trabalho atmosférico é aumentado em 2,55%. Os resultados do modelo ECHAM mostram que o termo de energia cinética do estado perturbado (Kn) é superestimado em 14,62% em comparação com a reanálise do NCEP, bem como a transferência de energia potencial do estado básico para a energia cinética do estado perturbado (Mn), sobrestimada no intervalo de ondas de quatro a cerca de vinte anos.

No estudo realizado entre os experimentos CTRL e RCP85 é claro que com a emissÃ£o e concentração de gases de efeito estufa aumentados também será cada vez maior o trabalho realizado pela atmosfera no estado fundamental. O aumento no trabalho da atmosfera é aproximadamente 8,82%. Para o estado perturbado, notamos que todos os termos do ciclo de energia são afetados significativamente. Nota-se ainda que os resultados para os reservatórios, bem como as transferências são distribuídas para as ondas de maior comprimento, como planetária, ondas intermediárias e sinóticas. Além disso, a energia é distribuída em proporção ao comprimento de onda. Especificamente, os termos de geração de energia potencial (Gn), a conversão de energia potencial em cinética (Cn) e taxa de transferência de energia cinética do estado básico para a energia cinética do estado perturbado (Mn) aumentaram energia. Além disso, o estoque de energia cinética perturbado (Kn) aumentou, enquanto a perda por atrito viscoso (Dn) e a transferência de energia potencial para energia potencial perturbado básica (Rn) sofrem redução e a energia potencial perturbada (Pn) diminuiu em reserva. É importante ressaltar que as concentrações e as emissões de gases de efeito estufa não só modificam o rendimento da produção de energia, mas também o impacto da variabilidade anual dos termos do ciclo de energia espectral.

Palavras-chave: Energética espectral, Análise de Fourier, Ciclo de energia.

Abstract

So far related energetic studies of a warmed planet have been focused on the disturbed and undisturbed kinetic and potential energies. However, little is known about the spectral energetics response due to the greenhouse gas emissions. Furthermore, as new climate projections are now available from a number of climate models under the MPI-ESR-MR experiments, the present work reports the global spectral energetics that follow Representative Concentration Pathway. The analysis is based on the RCP85 forcing experiment (2080-2099) and a control simulation (1980-1999) from the ECHAM model. It is first made a comparison between the energetics provided by the NCEP reanalysis and by the ECHAM model for validation purposes. The validation of ECHAM model is made for the 1980-1999 period. After that we compare the energetic results for the ECHAM model for two distance periods, 1980-1999 and 2080-2099, to analyse the impacts of high greenhouse gas emissions on the spectral energy. In general the results show that the reanalysis and ECHAM model produce similar results with low differences. In the basic state, when considering a power cycle of the disturbed state, the atmospheric work is increased by 2.55%. The results of ECHAM model show that the term kinetic energy of the disturbed state (Kn) is overestimated by 14.62 % compared with the NCEP reanalysis, and the transfer of potential energy of the basic state for kinetic energy of the disturbed state (Mn), overestimated in the range of waves four to about twenty.

In the study performed between CTRL and RCP85 experiments it is clear that as the emission and concentration of greenhouse gases increases there will also be increasing in the work done by the atmosphere in the ground state. The increase in the atmosphere working nearly 8.82%. For the disturbed state, we note that all terms of the energy cycle are impacted significantly. Note the results to the reservoirs, as well as distributed is transferred to the waves of greater length, as planetary, intermediate and synoptic waves. Furthermore, the energy is distributed in proportion to the wavelength. Specifically, the terms of generating potential energy (Gn), converting potential energy into kinetic (Cn) and transfer rate of kinetic energy from the basic state to the kinetic energy of the perturbed state (Mn) have increased energy . Moreover, the kinetic energy disturbed (Kn) has increased inventory of energy, while the loss by viscous friction (Dn) and the transfer of potential energy to basic disturbed potential energy (Rn) suffer reduced and disturbed potential energy (Pn) decreased in reserve. Importantly, the concentrations and emissions of greenhouse gases not only modify the production throughput and energy, but also impact the climatological variability of terms of the energy cycle.

Keywords: Spectral energetics, Fourier analysis, cycle of energy.

DEDICATÓRIA

Aos meus avós

Onésimo Aranha e Lilete da Conceição Andrade Aranha com admiração e
João Ferreira Lima e Olívia Gonçalves Ferreira com saudades (In momeriam).

"Aos meus amados pais Josué Andrade Aranha e
Francisca Ferreira Aranha."

Agradecimentos

A Deus, que me tem suprido o necessário em tudo, para que pudesse realizar este trabalho ao término de meu mestrado.

Aos meus pais, Josué Andrade Aranha e Francisca Ferreira Aranha, que sempre estão presentes, sempre me apoiaram e são ferramentas de Deus na minha vida.

Ao meu irmão Tiago Ferreira Aranha (tchê) pelos bate-papos nos passeios de bicicleta.

Ao meu amor, Juliana Alencar de Carvalho, pela motivação, confiança, apoio e amor em todo momento.

À Igreja Presbiteriana do Crespo, pela comunhão.

Ao meu orientador, Prof. Dr. José Augusto Paixão Veiga, sou grato pela orientação, incentivo, amizade e confiança.

Ao corpo docente do curso de pós graduação em clima e ambiente, pelo empenho e contribuições ao meu desenvolvimento na pesquisa e estudos.

Aos amigos da pós e da graduação, pela alegria, convívio e amizade compartilhados.

Epígrafe

Para se conhecer a Sabedoria e a instrução; para se entenderem, as palavras da prudência.

Para se receber a instrução do entendimento, a justiça, o juízo e a equidade;

Para dar aos simples, prudência, e aos moços, conhecimento e bom siso;

O sábio ouvirá e crescerá em conhecimento, e o entendido adquirirá sábios conselhos;

Para entender os provérbios e sua interpretação; as palavras dos sábios e as suas proposições.

O temor do SENHOR é o princípio do conhecimento; os loucos desprezam a Sabedoria e a instrução

Provérbios 1:2-7

Sumário

Lista de Figuras **x**

Lista de Símbolos **xvii**

1 Introdução **20**

1.1 Objetivos 23

1.1.1 Objetivos Gerais 23

1.1.2 Objetivos específicos 24

2 Fundamentação Teórica **26**

2.1 Derivação das equações de energia cinética do estado básico, de distúrbio e total . . . 28

2.2 Derivação das equações no domínio do número de ondas 38

2.3 Derivação da equação da energia cinética 47

2.4 Ciclo de energia de Lorenz 51

2.4.1 Termos das equações da energética no domínio espectral 52

3 Revisão Bibliográfica **57**

3.1 A energia do sistema atmosférico 57

3.2 A energia potencial total e energia potencial disponível do sistema atmosférico . . . 58

3.3 A energia cinética do sistema atmosférico 61

3.4 Aplicações da energética espectral 63

4 Dados e Metodologia **70**

4.1 Dados 70

4.2 Metodologia 71

4.2.1 O ciclo de energia de Saltzman 71

4.2.2 O cenário RCP 75

5 Energética espectral para o período de 1980-1999 **78**

5.1 Discussão dos resultados 87

6 Energética espectral para o período 2080-2099. **91**

7 Conclusões **100**

Referências bibliográficas **102**

Apêndice **102**

A A Transformação Trigonométrica-Complexa **108**

B Conceitos básicos da teoria da análise de Fourier **114**

C Estatística básica e equações no domínio espectral **118**

C.1 Estatística básica 118

D A Transformação Trigonométrica-Harmônica **120**

Lista de Figuras

3.1 Cilíndro modelo 59

4.1 No diagrama acima pode-se observar os termos que constituem o ciclo de energia espectral. O ciclo é composto por dois ramos, o estado básico e o estado perturbado. O estado básico (parte superior do diagrama)é representado pelos termos de transferência Go, Co e Do, e pelos reservatórios Po e Ko (em cor azul). O estado perturbado (parte inferior do diagrama) é representado pelos termos de transferência Gn, Cn, Rn e Mn, bem como os reservatórios Pn e Kn em cor vermelha. O índice "n" é indicativo do número de ondas. Por conseguinte os termos Pn e Kn apresentam multiplos reservatórios, no qual cada um destes representam a quantidade de energia reservada para cada onda, da mesma forma para os termos de transferência, no qual cada onda transmite a quantidade de energia proporcional ao seu número. 72

4.2 Distribuição do número de ondas em função de seu comprimento para os círculos de latitudes de 0° de 45°. 74

4.3 (a) Variação das emissões globais para quatro cenários RCP diferentes, desde o ano 2000 até 2100, bem como as variações na concentração atmosférica para o CO_2. A unidade das variações de emissão global é PgC por ano e concentrações em ppm. Fonte: Meinshausen *et al.* 2011 76

4.4 Nesta figura são apresentadas as variações das forçantes radiativas relativas aos cenários futuros de aquecimento global RCP3, RCP4.5, RCP6 e RCP8.5, bem como os valores que estes cenários alcançam no fim do ano de 2100. Essas variações ocorrem devido ao aumento das emissões de gases de efeito estufa e são reflexos das ações políticas efetivas para mitigar a mudança do clima, alguns avanços na economia, na conscientização ecológica, na legislação sobre uso da terra, do uso de biocombustíveis, exploração da sustentabilidade de longo prazo dos recursos naturais, necessidade de energia no futuro e tudo mais. Estas são as forçantes radiativas totais (W/m^2) consideradas pelos RCP's para o período de 1800 até 2500. Fonte: Meinshausen *et al.* 2011. 77

5.1 Representação do ciclo de energia de Lorenz para o caso do modelo de duas caixas, onde a energia potencial disponível, representada pela letra Po, é gerada por Go, convertida (Co) em energia cinética (Ko) que consequentemente é dissipada (Do). O sub-indice 'o' indica que os termos do ciclo de energia são relativos ao estado básico. 79

5.2 Climatologia anual do ciclo de energia de Lorenz relativo ao estado básico. De cima para baixo os valores referem-se, respectivamente, ao modelo ECHAM (na cor azul) e as reanálises do NCEP (na cor verde). As unidades são de $10^5\ J/m^2$ no caso dos reservatórios de energia (Po e Ko) e W/m^2 para os termos de geração, conversão e dissipação (Go, Co e Do). O período é relativo aos anos de 1980 a 1999. 79

5.3 Climatologia anual da geração de energia potencial em função do número de onda zonal relativa aos dados do modelo ECHAM e reanálises do NCEP no período de 1980-1999. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do modelo ECHAM e em verde para as reanálises do NCEP. Para evitar que as barras excedam o limite superior do eixo, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Gn é W/m^2. 81

5.4 Climatologia anual da energia potencial em função no número de onda zonal relativa aos dados de modelo ECHAM e Reanálise do NCEP-2 no período de 1980-1999. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do modelo ECHAM e em verde para as reanálises do NCEP. Para evitar que as barras excedam o limite superior do eixo, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Pn é $10^5 J/m^2$. 82

5.5 Climatologia anual da conversão de energia entre Kn e Pn (Cn) em função no número de onda zonal relativa aos dados de modelo ECHAM e Reanálise do NCEP-2 no período de 1980-1999. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do modelo ECHAM e em verde para as reanálises do NCEP. Para evitar que as barras excedam o limite superior do eixo, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Cn é W/m^2. 83

5.6 Climatologia anual da energia cinética em função no número de onda zonal relativa aos dados de modelo ECHAM e Reanálise do NCEP-2 no período de 1980-1999. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do modelo ECHAM e em verde para as reanálises do NCEP. Para evitar que as barras excedam o limite superior do eixo, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Kn é $10^5 J/m^2$. 85

5.7 Climatologia anual da taxa de dissipacao por atrito viscoso de energia cinética em função no número de onda zonal relativa aos dados de modelo ECHAM e Reanálise do NCEP-2 no período de 1980-1999. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do modelo ECHAM e em verde para as reanálises do NCEP. Para evitar que as barras excedam o limite superior do eixo, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Dn é W/m^2. 85

5.8 Climatologia anual da transferência de energia entre Po e Pn (Rn) em função no número de onda zonal relativa aos dados de modelo ECHAM e Reanálise do NCEP-2 no período de 1980-1999. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do modelo ECHAM e em verde para as reanálises do NCEP. Para evitar que as barras excedam o limite superior do eixo, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Rn é W/m^2. 86

5.9 Climatologia anual da transferência de energia entre Ko e Kn (Mn) em função no número de onda zonal relativa aos dados de modelo ECHAM e Reanálises do NCEP no período de 1980-1999. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do modelo ECHAM e em verde para as reanálises do NCEP. Para evitar que as barras excedam o limite superior do eixo, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Mn é W/m^2. 87

5.10 Esquema simplificado da altura da energia potencial média das isóbaras de 850hPa resultantes das reanálises e do modelo ECHAM. Na qual h é a altura da isóbara em relação ao solo e Δh a diferença da altura das isóbaras ou de energia potencial média. 88

6.1 Climatologia anual do ciclo de energia de Lorenz relativo ao estado básico. De cima para baixo os valores referem-se, respectivamente, aos experimentos de controle CTRL (na cor azul) e RCP85 (na cor vermelha). As unidades são de $10^5\ J/m^2$ no caso dos reservatórios de energia (Po e Ko) e W/m^2 para os termos de geração, conversão e dissipação (Go, Co e Do). 92

6.2 Climatologia anual da geração de energia potencial em função no número de onda zonal relativa experimentos de controle (CTRL) e RCP85. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do experimento CTRL e em verde para o experimento RCP85. Para evitar que as barras excedam o limite superior do erro, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Gn é W/m^2. 92

6.3 Climatologia anual da energia potencial em função no número de onda zonal relativa aos experimentos de controle (CTRL) e RCP85. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do experimento CTRL e em verde para o experimento RCP85. Para evitar que as barras excedam o limite superior do erro, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Pn é $10^5 J/m^2$. 94

6.4 Climatologia anual da conversão de energia entre Kn e Pn (Cn) em função no número de onda zonal relativa aos experimentos de controle (CTRL) e RCP85. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do experimento CTRL e em verde para o experimento RCP85. Para evitar que as barras excedam o limite superior do erro, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Cn é W/m^2. 95

6.5 Climatologia anual da energia cinética em função no número de onda zonal relativa aos experimentos de controle (CTRL) e RCP85. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do experimento CTRL e em verde para o experimento RCP85. Para evitar que as barras excedam o limite superior do erro, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Kn é $10^5 J/m^2$. 96

6.6 Climatologia anual da dissipação de energia cinética em função no número de onda zonal relativa aos experimentos de controle (CTRL) e RCP85. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do experimento CTRL e em verde para o experimento RCP85. Para evitar que as barras excedam o limite superior do erro, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Dn é W/m^2. 97

6.7 Climatologia anual da transfêrencia de energia entre Po e Pn (Rn) em função no número de onda zonal relativa aos experimentos de controle (CTRL) e RCP85. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do experimento CTRL e em verde para o experimento RCP85. Para evitar que as barras excedam o limite superior do erro, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Rn é W/m^2. 98

6.8 Climatologia anual da transferência de energia entre Ko e Kn (Mn) em função no número de onda zonal relativa ao experimentos de controle (CTRL) e RCP85. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do experimento CTRL e em verde para o experimento RCP85. Para evitar que as barras excedam o limite superior do erro, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Mn é W/m^2. 99

Lista de Símbolos

$P(0)$	Energia potencial total disponível do estado básico
$P(n)$	Energia potencial total disponível em pertubação de n-ésimas ondas
$K(0)$	Energia cinética total do estado básico
$K(n)$	Energia cinética total em pertubação do número de n-ésimas ondas
$R(n)$	Taxa de transferência da energia potencial disponível em energia potencial disponivel perturbada em n-ésimas ondas
$S(n)$	Taxa de transferência da energia potencial disponível em perturbação do número de n-ésima onda de todos os outros números de onda (m)
$C(0)$	Taxa de conversão de energia potencial disponível zonal em energia cinética zonal
$C(n)$	Taxa de conversão de energia potencial disponível de n-ésimas ondas em energia cinética perturbada de n-ésimas ondas
$M(n)$	Taxa de transferência da energia cinética em fluxo zonal de perturbação n-ésimas ondas
$L(n)$	Taxa de transferência da energia cinética para perturbação do número de onda n-ésima dos números de onda (m)
$G(0)$	Taxa de geração de energia potencial disponível zonal devido ao aquecimento médio zonal
$G(n)$	Taxa de geração de energia potencial disponível de n-ésimas ondas devido ao aquecimento não diabático
$D(0)$	Taxa de dissipação viscosa de energia cinética zonal
$D(n)$	Taxa de dissipação viscosa de energia cinética perturbada de n-ésimas ondas
a	Raio médio da Terra
C_p	Calor específico à pressão constante
dm	Elemento de massa
g	Aceleração da gravidade
h	Taxa de calor diabático - Fonte ou sumidouro de calor por unidade de massa
i	Raíz quadrada de (-1)

m, n	Número de ondas zonais
$\mathcal{M}$	Massa total da atmosfera
p	Pressão
R	Constante de gases ideais
t	Tempo
T	Temperatura
u	Componente zonal do vento
v	Componente meridional do vento
x	Força viscosa por unidade de massa na direção leste
y	Força viscosa por unidade de massa na direção norte
z	Altitude
Z	Altura geopotencial
α	Volume específico
ϕ	Longitude
λ	Latitude
θ	Temperatura potencial
ω	Componente vertical do vento
Ω	Geopotencial
f	$2\omega \sin \phi$ Parâmetro de Couriolis
$\overline{()}$	Estado básico médio
$\overline{()}'$	Estado médio perturbado
∇	$\left(\frac{1}{\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\lambda} + \frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\right)$ - Gradiente em coordenadas esféricas
$\vec{i}$	Vetor unitário em x
$\vec{j}$	Vetor unitário em y
$\vec{k}$	Vetor unitário em p
$\bar{d}$	Taxa de dissipação do fluxo médio por atrito

Capítulo 1

Introdução

O sistema atmosférico terrestre trabalha como uma máquina térmica cujo o combustível de ignição é a radiação solar. Parte da energia solar que chega ao planeta terra é refletida, absorvida e emitida, de modo que dentre os três processos apenas a absorção causa aquecimento terrestre e por conseguinte uma temperatura média T associada a este aquecimento. Desta forma existe uma temperatura média global associado ao saldo do balanço de radiação terrestre. Partindo desta premissa, a temperatura média global pode ser aumentada de duas formas. A primeira maneira é a partir do aumento na quantidade de energia solar recebida pelo sistema terrestre, mantendo a concentração dos gases de efeito estufa constante, isto provavelmente causaria aumento na temperatura média global do planeta. O segundo modo é manter constante a taxa de radiação solar que chega ao sistema atmosférico terrestre e variar a concentração média dos gases de efeito estufa. Todavia, a constante solar tem pequenas variações, porém estas variações podem ser negligenciadas por serem em média insignificantes, desta forma o acréscimo ou descréscimo da temperatura média global é função somente da variação na concentração dos gases de efeito estufa, (CH4, N2O, SO2 e CO_2).

Esforços tem sido aplicados para se entender o papel do aumento na concentração dos gases do efeito estufa, particularmente o CO_2, e seus efeitos no clima da Terra causados a princípio pela variação na dinâmica da atmosfera. Por exemplo: Boer (1995), estudou o comportamento dinâmico da atmosfera associado ao aumento na concentração do CO_2. A pesquisa foi realizada simulando a

mudança no clima dos meses de dezembro a fevereiro com o modelo de circulação geral da atmosfera do CCCma (*Canadian Centre for Climate Modelling and Analysis*) para a concentração dobrada de CO_2, em uma regiao localizada em médias latitudes no hemisfério norte. Os resultados mostraram mudanças na diminuição da baroclinia e da instabilidade baroclínica. Além disso há uma redução geral, de cerca de 12% na "taxa de trabalho" da atmosfera global como caracterizado pela taxa de geração de energia potencial disponível e sua conversão para energia cinética e subsequente dissipação. Alguns trabalhos também realizaram trabalhos voltados ao aumento da concentração do CO_2 (Deckers e Storch 2010; Deckers e Storch 2011; Deckers e Storch 2012; Veiga e Ambrizzi 2013a; Veiga et al., 2013b). Deckers e Storch (2010) analisaram a resposta da energética atmosférica a altas concentrações de gases de efeito estufa utilizando uma versão do modelo acoplado oceano-atmosfera de baixa resolução, o modelo de circulação geral da atmosfera ECHAM5. Os resultados encontrados foram o enfraquecimento global da atividade energética, medida como uma diminuição global na conversão total de energia potencial disponível (P) em energia cinética (K). Este resultado está de acordo com outros estudos como por exemplo Boer (1995), Marquet (2006) e Lucarini *et al* (2010). A maior concentração de CO_2 resulta em um gradiente de temperatura reduzido entre pólo e equador e menores contrastes entre o continente e oceano durante o inverno. Esses efeitos são esperados para reduzir a atividade baroclínica em uma escala global.

Deckers e Storch (2011) estudaram a resposta da energética atmosférica para uma condição de clima mais quente e avaliaram as contribuições relativas das perturbações transientes e estacionárias. Foram analizados experimentos realizados com o modelo de circulação geral da atmosfera ECHAM5 afim de estimar a atividade energética da atmosfera global. Usando duas simulações em equilíbrio, a primeira com concentração de CO_2 real e a segunda com CO_2 duplicado, os autores estimaram a resposta da atividade energética da mesma forma como realizado em Deckers e Storch (2010), porém com um modelo de resolução espacial mais alta. A principal resposta que os autores encontraram neste estudo foi totalmente consistente com os resultados do modelo de resolução espacial mais baixa. Os autores concluíram que há um enfraquecimento em cerca de 4% da atividade energética global, quando há duplicação da concentração de CO_2, tal como medido pela alteração da taxa de

conversão total de P para K. Este enfraquecimento na atividade energética poderá ser significativo em relação ao ciclo total de energia dependendo da forma em que essa energia é redistribuída em transferências e ganho de energia nos reservatórios, possibilitando aquecimento ou resfriamento na troposfera. Além disso, o enfraquecimento global resulta de uma resposta dupla: um fortalecimento da atividade energética na troposfera superior e um enfraquecimento na baixa e média troposfera. Nota-se que a resistência do enfraquecimento do ciclo de energia global, bem como um decréscimo na taxa de dissipação global de energia cinética, é frequentemente relacionada com fracos ventos de superfície (Lucarini et al., 2010). Recentemente, Veiga e Ambrizzi (2013), utilizando cenários futuros provenientes do modelo ECHAM forçado com cenários de baixa, média e alta emissão de gases estufa, mostraram que o aumento de energia cinética do estado básico (KZ) para uma condição de clima mais aquecido é devido as anomalias significativas de transferência de momento horizontal e vertical, i.e, a produção anômala de energia cinética zonal é devido a extração de energia cinética do estado perturbado (KE).

O trabalho de Deckers e Storch (2012) teve por finalidade estudar o impacto do aquecimento global associado ao aumento na concentração de CO_2 sobre o padrão da energética global. A conclusão aponta que o padrão de aquecimento afeta a intensidade do CEL (Ciclo de Energia de Lorenz) principalmente através de alterações significativas no parâmetro de estabilidade estática. O aquecimento superior da troposfera tropical produz uma troposfera estaticamente mais estável e aumenta o gradiente meridional de temperatura na troposfera superior, em geral, resultando em um enfraquecimento do CEL. O aquecimento da superfície em altas latitudes reduz significativamente a estabilidade estática na maior parte da troposfera e diminui o gradiente de temperatura meridional próximo à superfície, que resulta em uma intensificação do CEL.

A explicação para o enfraquecimento e a intensificação do CEL é baseada no fato de que $[T]''$ (desvio de temperatura média zonal) e $[Q]''$ (desvio do aquecimento diabático médio zonal) são altamente correlacionados implicando que a geração de energia do estado básico (Gm) deve ter uma distribuição semelhante à energia potencial do estado básico (Pm). Por exemplo, o perfil vertical de Gm deve possuir características semelhantes às de Pm. Não foi encontrada qualquer razão para esta

elevada correlação mudar significativamente em um clima de CO_2 duplicado. O padrão de mudança de Gm deve ser semelhante ao padrão de variação da Pm, devido à duplicação de CO_2. Isto significa que pode-se estender a análise sobre Pm e Gm, logo deve-se ter em mente que Gm se comporta de uma forma semelhante ao Pm, assim, pode-se concluir que o aumento de Gm na região superior está relacionado com o forte aumento da variação da temperatura horizontal devido ao aquecimento na troposfera superior tropical. A correlação entre a $[T]''$ e $[Q]''$ torna-se mais forte devido ao maior gradiente de temperatura meridional. A diminuição de Gm na região inferior está relacionada com uma combinação de maior estabilidade estática devido ao aquecimento significativo da troposfera superior e o menor gradiente de temperatura meridional devido ao maior aquecimento da superfície em altas latitude, o que deve reduzir a correlação entre a $[T]''$ e $[Q]''$ perto da superfície. Esta resposta dupla de Gm produz intensificação do CEL na zona superior e o enfraquecimento na região inferior.

Os trabalhos citados acima são os mais recentes no que diz respeito ao impacto do aumento na concentracao de CO_2 sobre o CEL regional e global, senão as únicas voltadas a energética de aquecimento global. Todos estes trabalhos utilizaram a metodologia de energética no domínio misto espaço-tempo. Entretanto, existem outras técnicas pelas quais a energética pode ser aplicada, uma delas é a energética no domínio do número de ondas, ferramenta matemática robusta que permite quantificar a energia global de vários sistemas de diferentes escalas espacial e temporal de maneira isolada. Apesar desta técnica ter grande importância, ainda não há trabalhos na literatura que à utilizaram para avaliar o impacto do aquecimento global sobre o padrão do CEL utilizando-se energética espectral, desta forma refletindo o principal objetivo deste trabalho.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivos Gerais

O objetivo principal deste trabalho será avaliar o impacto do aumento na concentração de gases estuda sobre a energética da atmosfera utilizando-se o formalismo espectral. O impacto será avaliado

a partir do cenário de emissão alta RCP85, produzidos pelo modelo de circulação geral da atmosfera ECHAM-5 (http://cmip-pcmdi.llnl.gov/cmip5/availability.html).

1.1.2 Objetivos específicos

Como objetivos específicos tem-se:

1. Calcular a energética espectral global para condições do clima atual a partir de duas fontes de dados: NCEP/REA-II e ECHAM-5.

2. Calcular a energética espectral global para condições do clima atual (1980-1999) e de cenários futuros para condições de aumento na concentração de gases estufa (2080-2099), a partir do cenário RCP85.

3. Quantificar os impactos do aumento de gases estufa nos termos de geração, conversão, trocas entre diferentes número de ondas e na dissipação de energia.

Estes objetivos podem ser alcançados a partir das análises diagnósticas dos termos de geração de energia potencial disponível, energia cinética, potencial, conversões e dissipação de energia para as duas condições climáticas (clima atual e cenário de aumento de gases estufa). As análises diagnósticas dos diferentes termos da energética podem trazer a luz aspectos dinâmicos relevantes para um entendimento adicional do comportamento integrado da atmosfera planetária sob condições de aumento da temperatura média da Terra.

Na sequência do documento apresenta-se no capítulo 2 a fundamentação teórica da energética espectral de Saltzman (1957), onde derivou-se a equação geral que representa a variação da energia

cinética. No capítulo 3 tem-se a revisão bibliográfica sobre o tema. No capítulo 4 apresenta-se os dados e a metodologia utilizados no trabalho. Nos capítulos 5 e 6 encontram-se os resultados alcançados no trabalho. As conclusões do trabalho são encontradas no Capítulo 7.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica

Nesta seção, será mostrado partir das leis básicas de conservação as derivações das equações da energia cinética do estado básico, de distúrbio e total. Por conseguinte, ao empregarmos os conceitos básicos da teoria da análise de Fourier derivaremos a equação da energia cinética no domínio do número de ondas. Ademais também é apresentado as equações que regem o ciclo de energia de Lorenz para atmosfera e os termos que compõem essas equações segundo o formalismo espectral.

As componentes zonal e meridional da equação do momento podem ser escritas na forma abaixo:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} u + w\frac{\partial u}{\partial p} = vf + \frac{vu}{a}\tan\phi - \frac{g}{a\cos\phi}\frac{\partial z}{\partial \lambda} - X \tag{2.1.1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} v + w\frac{\partial v}{\partial p} = -uf - \frac{u^2}{a}\tan\phi - \frac{g}{a}\frac{\partial z}{\partial \phi} - Y \tag{2.1.2}$$

Fazendo a soma das Equações (2.1.1) e (2.1.2) tem-se.

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial t}\right) + \vec{V} \cdot \vec{\nabla}(u\vec{j} + v\vec{i}) + w\frac{\partial(u\vec{j} + v\vec{i})}{\partial p} = f(v\vec{i} - u\vec{j}) + \frac{u}{a}\tan\phi(v\vec{i} - u\vec{j}) - \left(\frac{1}{\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\lambda} + \frac{\partial}{\partial\phi}\right)\frac{gz\vec{k}}{a} \tag{2.1.3}$$

Rearranjando os termos da Equação (2.1.3)

$$\frac{\partial \vec{V_H}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \vec{V_H} + w \frac{\partial \vec{V_H}}{\partial p} = f(v\vec{i} - u\vec{j}) + \frac{u}{a} \tan\phi (v\vec{i} - u\vec{j}) - g \left(\frac{1}{a \cos\phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \phi} \right) z\vec{k} - X\vec{i} - Y\vec{j} \tag{2.1.4}$$

$$\left(\frac{D\vec{V_H}}{Dt} \right)_p = f(v\vec{i} - u\vec{j}) + \frac{u \tan\phi}{a} (v\vec{i} - u\vec{j}) - g \cdot \vec{\nabla} z\vec{k} - \vec{F_H} \tag{2.1.5}$$

Sendo o primeiro termo a esquerda da igualdade [1] denota a derivada total (substantiva) em coordenadas isobáricas, o primeiro termo a direita representa a força de Coriolis, a seguir o termo do ofeito de curvatura, força da gravidade e força de atrito respectivamente.

De acordo com a equação do equilíbrio hidrostático,

$$0 = -g \frac{\partial z}{\partial p} \vec{k} - \alpha \tag{2.1.6}$$

$$\alpha = -g \frac{\partial z}{\partial p} \vec{k}$$

$$\alpha \frac{\partial z}{\partial p} \vec{k} = -g\vec{k}$$

Na qual, $\alpha = \frac{1}{\rho}$ representa volume específico.

Substituíndo α na equação anterior, tem-se:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial z}{\partial p} \vec{k} = -g\vec{k} \tag{2.1.7}$$

[1] O símbolo $()_p$ denota que a derivada total é aplicada para superfícies de pressão constante.

Sendo que a Equação (2.1.7) denota a equação do equilíbrio hidrostático.

De acordo com a equação da continuidade, obtem-se,

$$\frac{\partial w}{\partial p}\vec{k} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{V_H} \tag{2.1.8}$$

ou

$$\frac{\partial w}{\partial p}\vec{k} = -\frac{1}{a\cos\phi}\left(\frac{\partial u}{\partial \lambda}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial \phi}(v\cos\phi)\vec{j}\right)$$

Da primeira lei da termodinâmica, encontra-se

$$hdt = C_p dT - \alpha dp \tag{2.1.9}$$

$$h = C_p\frac{dT}{dt} - \alpha\frac{dp}{dt}$$

Mas como ω pode ser dado por $\frac{dp}{dt}$, chega-se:

$$h = C_p\frac{dT}{dt} - \alpha\omega$$

Sendo h taxa de aquecimento adiabático.

2.1 Derivação das equações de energia cinética do estado básico, de distúrbio e total

Multiplicado-se as equações de momento (2.1.1) e (2.1.2) por u e v, respetivamente, obtem-se-á as equações da energia cinética para as componentes do vento horizontal.

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{u^2}{2}\right) = -\vec{V}\cdot\vec{\nabla}\left(\frac{u^2}{2}\right) - \omega\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{u^2}{2}\right) + uv\left(f + \frac{u\tan\phi}{a}\right) - g\frac{u}{a\cos\phi}\frac{\partial z}{\partial\lambda} - uX \quad (2.1.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{v^2}{2}\right) = -\vec{V}\cdot\vec{\nabla}\left(\frac{v^2}{2}\right) - \omega\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{v^2}{2}\right) - uv\left(f + \frac{u\tan\phi}{a}\right) - g\frac{v}{a\cos\phi}\frac{\partial z}{\partial\phi} - vY \quad (2.1.11)$$

De acordo com Saltzman (1957). O termo $uv\left(f + \frac{u\tan\phi}{a}\right)$ representa a energia cinética transferida entre a componente zonal e meridional do vento.

Adicionando as Equações (2.1.10) e (2.1.11), o termo de transferência de energia pelo vento será eliminado, assim tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{u^2}{2}+\frac{v^2}{2}\right) = -\vec{V}\cdot\vec{\nabla}\left(\frac{u^2}{2}+\frac{v^2}{2}\right) - \omega\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{u^2}{2}+\frac{v^2}{2}\right) - g(u+v)\left(\frac{1}{\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\lambda}+\frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\right)z - (u+v)(X+Y)$$

$$\frac{\partial\kappa}{\partial t} = -\vec{V}\cdot\vec{\nabla}\kappa - \omega\frac{\partial\kappa}{\partial p} - g\vec{V}\cdot\vec{\nabla}z - \vec{V}\cdot\vec{F} \quad (2.1.12)$$

Sendo: $\kappa = \frac{u^2+v^2}{2}$ representa a energia cinética zonal e $\vec{F} = X\vec{i} + Y\vec{j}$ a força de atrito

Tomando a média com respeito a longitude das Equações (2.1.10), (2.1.11) e (2.1.12) encontramos as seguintes relações:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{u^2}}{2}\right) = -\overline{\vec{V}\cdot\vec{\nabla}\left(\frac{u^2}{2}\right)} - \overline{\omega\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{u^2}{2}\right)} + \overline{u^2 v}\,\frac{\tan\phi}{a} + f\overline{uv} - \frac{g}{a\cos\phi}\,\overline{u\frac{\partial z}{\partial\lambda}} - \overline{uX} \quad (2.1.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{v^2}}{2}\right) = -\overline{V\vec{\nabla}\left(\frac{v^2}{2}\right)} - \overline{\omega\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{u^2}{2}\right)} - \overline{u^2 v}\frac{\tan\phi}{a} - f\overline{uv} - \frac{g}{a}\overline{v\frac{\partial z}{\partial \phi}} - \overline{vY} \tag{2.1.14}$$

$$\frac{\partial \overline{\kappa}}{\partial t} = -\overline{V\vec{\nabla}\kappa} - \overline{\omega\frac{\partial \kappa}{\partial p}} - g\overline{V\vec{\nabla}z} - \overline{VF} \tag{2.1.15}$$

sendo a barra sobre os termos acima é definida por $\overline{(\ )} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}()d\lambda$, denota a média zonal.

A energia cinética média em um círculo de latitude pode ser separada em componentes que representam a energia cinética média do vento zonal e energia cinética média do distúrbio, de acordo com as seguintes relações [2].

$$\overline{u^2} = \overline{u}^2 + \overline{u'^2} \tag{2.1.16}$$

$$\overline{v^2} = \overline{v}^2 + \overline{v'^2} \tag{2.1.17}$$

e

$$\overline{\kappa} = \frac{1}{2}\left(\overline{u}^2 + \overline{v}^2\right) + \frac{1}{2}\left(\overline{u'^2} + \overline{v'^2}\right) = \frac{1}{2}\left(\overline{\vec{V}}^2\right) + \frac{1}{2}\left(\overline{\vec{V'}^2}\right)$$

$$\overline{\kappa} = \frac{1}{2}\left(\overline{\vec{V}}^2 + \overline{\vec{V'}^2}\right) \tag{2.1.18}$$

Pode-se agora encontrar as equações das componentes da taxa da energia cinética média κ representando-as em estado básico ($\overline{\kappa}$) e energia cinética do estado perturbado ($\overline{\kappa'}$). A taxa da energia cinética do

[2]Estas relações seguem analogia de acordo com a relação $A = \overline{A} + \overline{A'}$, sendo $\overline{A}$ o estado básico e $\overline{A'}$ o estado perturbado.

estado básico tomando as Equações (2.1.16) e (2.1.17) descritas abaixo.

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{u}^2}{2}\right) = -\frac{\overline{u}}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}(\overline{uv}\cos\phi) - \overline{u}\frac{\partial}{\partial p}\overline{u\omega} + \overline{u}\left(f\overline{v} + \overline{uv}\,\frac{\tan\phi}{a}\right) - \overline{u}\overline{X} \tag{2.1.19}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{v}^2}{2}\right) = -\frac{\overline{v}}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}(\overline{v^2}\cos\phi) - \overline{v}\frac{\partial}{\partial p}\overline{v\omega} - \overline{v}\left(f\overline{u} + \overline{u^2}\,\frac{\tan\phi}{a}\right) - \frac{g\overline{v}}{a}\frac{\partial\overline{z}}{\partial\phi} - \overline{v}\overline{Y} \tag{2.1.20}$$

essas equações poder ser expandidas e escritas como:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{u}^2}{2}\right) = \left[\frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\overline{v}\frac{\overline{u}^2}{2} - \bar{u}\;\overline{uv}\right)\cos\phi + \frac{\partial}{\partial p}\left(\overline{\omega}\;\frac{\overline{u}^2}{2} - \bar{u}\;\overline{u\omega}\right)\right] + \overline{u'v'}\;\frac{\cos\phi}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u}}{\cos\phi}\right)$$

$$+\overline{u'\omega'}\;\frac{\partial\overline{u}}{\partial p} + \overline{uv}\;\left(f + \overline{u}\frac{\tan\phi}{a}\right) - \overline{u}\overline{X} \tag{2.1.21}$$

e

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{v}^2}{2}\right) = \left[\frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\overline{v}\;\frac{\overline{v}^2}{2} - \bar{v}\;\overline{vv}\right)\cos\phi + \frac{\partial}{\partial p}\left(\overline{\omega}\;\frac{\overline{v}^2}{2} - \bar{v}\;\overline{v\omega}\right)\right] + \overline{v'v'}\;\frac{1}{a}\frac{\partial\overline{v}}{\partial\phi}$$

$$+\overline{v'\omega'}\;\frac{\partial\overline{v}}{\partial p} - \overline{uv}\left(f + \overline{u}\;\frac{\tan\phi}{a}\right) - g\frac{\overline{v}}{a}\frac{\partial\overline{z}}{\partial\phi} - \overline{v}\overline{Y} \tag{2.1.22}$$

Somando (2.1.21) e (2.1.22), obtem-se a taxa da energia cinética do estado básico como:

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{V}^2}{2}\right)=\left[\frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\overline{v}\frac{\overline{V}^2}{2}-\bar{u}\;\overline{uv}-\bar{v}\;\overline{vv}\right)\cos\phi+\frac{\partial}{\partial p}\left(\overline{\omega}\frac{\overline{V}^2}{2}-\bar{u}\;\overline{u\omega}-\bar{v}\;\overline{v\omega}\right)\right]-\overline{u'u'}\bar{v}\;\frac{tan\phi}{a}}$$

$$\boxed{\overline{v'v'}\;\frac{1}{a}\frac{\partial\overline{v}}{\partial\phi}+\overline{u'v'}\;\frac{\cos\phi}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u}}{\cos\phi}\right)+\overline{u'\omega'}\;\frac{\partial\overline{u}}{\partial p}+\overline{v'\omega'}\;\frac{\partial\overline{v}}{\partial p}-g\frac{\overline{v}}{a}\frac{\partial\overline{z}}{\partial\phi}-\overline{d}}$$

Sendo $(-\overline{d})$ é a taxa da dissipação por atrito do escoamento básico.

As equações para a taxa de escoamento da energia cinética turbulenta média pode ser obtida subtraindo-se (2.1.22) e (2.1.21) de (2.1.14) e (2.1.13), respectivamente, em acordo com as relações (2.1.16), (2.1.17) e (2.1.18). O resultado da equação pode ser expresso como:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{u}^2}{2}\right)=\left[\frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\overline{v}\;\frac{\overline{u}^2}{2}-\bar{u}\;\overline{uv}\right)\cos\phi+\frac{\partial}{\partial p}\left(\overline{\omega}\;\frac{\overline{u}^2}{2}-\bar{u}\;\overline{u\omega}\right)\right]+\overline{u'v'}\;\frac{\cos\phi}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u}}{\cos\phi}\right)$$

$$+\overline{u'\omega'}\;\frac{\partial\overline{u}}{\partial p}+\overline{uv}\left(f+\overline{u}\;\frac{\tan\phi}{a}\right)-\overline{u}\overline{X}$$

$(-)$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{u^2}}{2}\right)=-\overline{\vec{V}\vec{\nabla}\left(\frac{u^2}{2}\right)}-\overline{\omega\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{u^2}{2}\right)}+\overline{u^2v}\;\frac{\tan\phi}{a}+f\overline{uv}-\frac{g}{a\cos\phi}\;\overline{u\frac{\partial z}{\partial\lambda}}-\overline{uX}$$

Então,

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{[\overline{u}^2-\overline{u^2}]}{2}\right)=\frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\overline{v}\frac{\overline{u}^2}{2}\cos\phi-\frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\bar{u}\;\overline{uv}\cos\phi+\overline{u'v'}\;\frac{\cos\phi}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u}}{\cos\phi}\right)+\overline{u'\omega'}\;\frac{\partial\overline{u}}{\partial p}+$$

$$\left[\overline{\vec{V}\vec{\nabla}\left(\frac{u^2}{2}\right)}\right]+\frac{\partial}{\partial p}\overline{\omega}\frac{\overline{u}^2}{2}-\frac{\partial}{\partial p}\overline{u}\overline{u\omega}+\overline{\omega\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{u^2}{2}\right)}\left[-\overline{u}\overline{v}\left(f+\overline{u}\frac{\tan\phi}{a}\right)+\overline{uv}\left(\overline{u}\frac{\tan\phi}{a}+f\right)\right]+\frac{g}{a\cos\phi}\;\overline{u}\frac{\overline{\partial z}}{\partial\lambda}$$

$$\left[-\bar{u}\overline{X}+\overline{uX}\right]$$

Os termos indicados com colchetes na equação acima, podem ser representados por:

1. $\left[\overline{u}^2 - \overline{u^2}\right] = -\overline{u'^2}$
2. $\left[-\bar{u}\overline{X} + \overline{uX}\right] = -\overline{u'X'}$
3. $\left[\overline{\vec{V}}\vec{\nabla}\left(\frac{\overline{u^2}}{2}\right)\right] = \overline{u}\frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\lambda}\left(\frac{\overline{u^2}}{2}\right) + \overline{v}\frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u^2}}{2}\right)\cos\phi$
4. $\left[-\bar{u}\bar{v}\left(f + \overline{u}\frac{\tan\phi}{a}\right) + \overline{uv}\left(\overline{u}\frac{\tan\phi}{a} + f\right)\right] = -\overline{u'v'}\left(\bar{u}\frac{\tan\phi}{a} + f\right)$

Substituindo-se as relações 1, 2, 3 e 4 na equação anterior, obtem-se:

$$-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{u'^2}}{2}\right) = \frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\overline{v}\,\frac{\overline{u}^2}{2}\cos\phi - \frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\bar{u}\,\overline{uv}\cos\phi + \overline{u'v'}\,\frac{\cos\phi}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u}}{\cos\phi}\right) + \overline{u'\omega'}\,\frac{\partial\overline{u}}{\partial p} +$$
$$\overline{u}\frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\lambda}\left(\frac{\overline{u^2}}{2}\right) + \overline{v}\frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u^2}}{2}\right)\cos\phi + \frac{\partial}{\partial p}\overline{\omega}\,\frac{\overline{u}^2}{2} - \frac{\partial}{\partial p}\bar{u}\,\overline{u\omega} + \overline{\omega}\,\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\overline{u^2}}{2}\right) - \overline{u'v'}\left(\bar{u}\,\frac{\tan\phi}{a} + f\right)$$
$$+\frac{g}{a\cos\phi}\overline{u'}\,\frac{\overline{\partial z'}}{\partial\lambda} + \overline{u'X'}$$

resolvendo os termos abaixo entre colchetes,

$$-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{u'^2}}{2}\right) = \frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\overline{v}\frac{\overline{u}^2}{2}\cos\phi - \frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\bar{u}\,\overline{uv}\cos\phi + \overline{u'v'}\,\frac{\cos\phi}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u}}{\cos\phi}\right) + \overline{u'\omega'}\,\frac{\partial\overline{u}}{\partial p} +$$
$$\overline{u}\,\frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\lambda}\left(\frac{\overline{u^2}}{2}\right) + \overline{v}\,\frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u^2}}{2}\right)\cos\phi + \left[\frac{\partial}{\partial p}\overline{\omega}\,\frac{\overline{u}^2}{2} - \frac{\partial}{\partial p}\bar{u}\,\overline{u\omega} + \overline{\omega}\,\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\overline{u^2}}{2}\right)\right]$$
$$-\overline{u'v'}\,\left(\bar{u}\frac{\tan\phi}{a} + f\right) + \frac{g}{a\cos\phi}\overline{u'}\,\frac{\overline{\partial z'}}{\partial\lambda} + \overline{u'X'}$$

Sabendo que

1. $\overline{u\omega} = \bar{u}\,\bar{\omega} - \overline{u'\omega'}$

Tem-se

- $\left[\frac{\partial}{\partial p}\overline{\omega}\frac{\overline{u}^2}{2} - \frac{\partial}{\partial p}\overline{u}\,\overline{u\omega} + \overline{\omega}\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\overline{u^2}}{2}\right)\right] = \overline{w}\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\overline{u'^2}}{2}\right)$

Substituindo os termos entre colchetes, chega-se a:

$$-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{u'^2}}{2}\right) = \frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\overline{v}\,\frac{\overline{u}^2}{2}\cos\phi - \frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\bar{u}\,\overline{uv}\cos\phi + \overline{u'v'}\,\frac{\cos\phi}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u}}{\cos\phi}\right) + \overline{u'\omega'}\,\frac{\partial\overline{u}}{\partial p}$$
$$+\overline{u}\,\frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\lambda}\left(\frac{\overline{u^2}}{2}\right) + \overline{v}\,\frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u^2}}{2}\right)\cos\phi + \overline{w}\,\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\overline{u'^2}}{2}\right) - \overline{u'v'}\,\left(\bar{u}\,\frac{\tan\phi}{a} + f\right)$$
$$+\frac{g}{a\cos\phi}\overline{u'}\,\overline{\frac{\partial z'}{\partial\lambda}} + \overline{u'X'}$$

e sabendo-se que $\left[-\frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\bar{u}\,\overline{uv}\cos\phi = \frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}(\bar{u}\,\bar{u}\,\bar{v} - \bar{u}\,\overline{u'v'})\right]$.

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{u'^2}}{2}\right) = -\frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\overline{v}\,\frac{\overline{u}^2}{2}\cos\phi - \frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\bar{u}\,\overline{u'v'}\cos\phi + \frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\overline{u}^2\bar{v} - \frac{\overline{u}}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\lambda}\left(\frac{\overline{u^2}}{2}\right)$$
$$-\overline{u'v'}\,\frac{\cos\phi}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u}}{\cos\phi}\right) - \overline{u'w'}\,\frac{\partial\overline{u}}{\partial p} + \frac{\bar{v}}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u^2}}{2}\right)\cos\phi - \bar{w}\,\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\overline{u'^2}}{2}\right) - \overline{u'v'}\,\left(f + \bar{u}\,\frac{\tan\phi}{a}\right)$$
$$-\frac{g}{a\cos\phi}\bar{u'}\,\frac{\partial\bar{z'}}{\partial\lambda} - \overline{u'X'}$$

- $-\frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\overline{v}\,\frac{\overline{u}^2}{2}\cos\phi + \frac{\bar{v}}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u^2}}{2}\right)\cos\phi = -\frac{\bar{v}}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u'^2}}{2}\right)\cos\phi$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{u'^2}}{2}\right) = -\frac{\bar{v}}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u'^2}}{2}\right)\cos\phi - \bar{w}\,\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\overline{u'^2}}{2}\right) - \overline{u'v'}\,\frac{\cos\phi}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u}}{\cos\phi}\right) - \overline{u'w'}\,\frac{\partial\overline{u}}{\partial p}$$
$$+\overline{u'v'}\,\left(f + \bar{u}\frac{\tan\phi}{a}\right) - \overline{u'v'}\,\frac{\cos\phi}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\bar{u}}{\cos\phi}\right) + \frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\overline{u}^2\bar{v} - \frac{\overline{u}}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\lambda}\left(\frac{\overline{u^2}}{2}\right)$$
$$-\frac{g}{a\cos\phi}\bar{u'}\,\frac{\partial\bar{z'}}{\partial\lambda} - \overline{u'X'}$$

Logo,

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{u'^2}}{2}\right) = -\left[\frac{\bar{v}}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u'^2}}{2}\right)\cos\phi + \bar{w}\,\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\overline{u'^2}}{2}\right)\right] - \overline{u'v'}\,\frac{\cos\phi}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u}}{\cos\phi}\right) - \overline{u'w'}\,\frac{\partial\overline{u}}{\partial p}$$
$$+\overline{u'v'}\,\left(f + \bar{u}\frac{\tan\phi}{a}\right) + \frac{\tan\phi}{a}\overline{uu'v'} + \frac{\tan\phi}{a}\bar{v}\,\overline{u'u'} - \frac{g}{a\cos\phi}\bar{u'}\,\frac{\partial\bar{z'}}{\partial\lambda} - \overline{u'X'} \qquad (2.1.24)$$

Fazendo assim da forma para a subtração de $(2.1.22) - (2.1.14)$, resultando em $(2.1.25)$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{v'^2}}{2}\right) = -\left[\frac{\bar{v}}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{v'^2}}{2}\right)\cos\phi + \bar{w}\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\overline{v'^2}}{2}\right)\right] - \overline{v'v'}\,\frac{\cos\phi}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{v}}{\cos\phi}\right) - \overline{v'w'}\,\frac{\partial\overline{v}}{\partial p}$$

$$-\overline{u'v'}\,\left(f + \bar{u}\frac{\tan\phi}{a}\right) - \frac{\tan\phi}{a}\,\overline{uu'v'} - \frac{g}{a}\bar{v'}\,\frac{\partial\bar{z'}}{\partial\phi} - \overline{v'Y'} \qquad (2.1.25)$$

Fazendo a soma simples de (2.1.24) e (2.1.25).

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{u'^2}+\overline{v'^2}}{2}\right) = \overbrace{-\left[\frac{\bar{v}}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u'^2}}{2}\right)\cos\phi + \frac{\bar{v}}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{v'^2}}{2}\right)\cos\phi\right]}^{\textbf{Grupo 1}} + \overbrace{\bar{w}\,\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\overline{u'^2}}{2}\right) + \bar{w}\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\overline{u'^2}}{2}\right)}^{\textbf{Grupo 2}}$$

$$\overbrace{-\overline{u'v'}\,\frac{\cos\phi}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u}}{\cos\phi}\right) - \overline{v'v'}\,\frac{\cos\phi}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{v}}{\cos\phi}\right)}^{\textbf{Grupo 3}}\overbrace{-\overline{u'w'}\,\frac{\partial\overline{u}}{\partial p} - \overline{v'w'}\,\frac{\partial\overline{v}}{\partial p}}^{\textbf{Grupo 4}}$$

$$\left[\overline{u'v'}\,\left(f + \bar{u}\frac{\tan\phi}{a}\right) - \overline{u'v'}\,\left(f + \bar{u}\frac{\tan\phi}{a}\right) + \frac{\tan\phi}{a}\,\overline{uu'v'} - \frac{\tan\phi}{a}\,\overline{uu'v'}\right] + \frac{\tan\phi}{a}\bar{v}\,\overline{u'u'}$$

$$\overbrace{-\frac{g}{a\cos\phi}\bar{u'}\,\frac{\partial\bar{z'}}{\partial\lambda} - \frac{g}{a}\bar{v'}\,\frac{\partial\bar{z'}}{\partial\phi}}^{\textbf{Grupo 5}} - \overbrace{\overline{u'X'} - \overline{v'Y'}}^{\textbf{Grupo 6}}$$

Sabendo que os termos entre colchetes se cancelam e solucionando os grupos 1, 2, 5 e 6, como abaixo

- **Grupo 1**
- $-\left[\frac{\bar{v}}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u'^2}}{2}\right)\cos\phi+\frac{\bar{v}}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{v'^2}}{2}\right)\cos\phi\right]=-\frac{\bar{v}}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u'^2}+\overline{v'^2}}{2}\right)$
- **Grupo 2**
- $\bar{w}\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\overline{u'^2}}{2}\right)+\bar{w}\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\overline{u'^2}}{2}\right)\ -\bar{w}\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\overline{u'^2}+\overline{v'^2}}{2}\right)$
- **Grupo 5**
- $-\frac{g}{a\cos\phi}\bar{u'}\frac{\partial\bar{z'}}{\partial\lambda}-\frac{g}{a}\bar{v'}\frac{\partial\bar{z'}}{\partial\phi}=-g\left(\frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\lambda}\vec{i}+\frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\vec{j}\right)(\bar{z'})\left(\bar{u'}\vec{i}+\bar{v'}\vec{j}\right)$

  Sabendo que, $\left(\frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\lambda}\vec{i}+\frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\vec{j}\right)=\vec{\nabla}$
- $-\frac{g}{a\cos\phi}\bar{u'}\frac{\partial\bar{z'}}{\partial\lambda}-\frac{g}{a}\bar{v'}\frac{\partial\bar{z'}}{\partial\phi}=-g\overline{\vec{V}\cdot\vec{\nabla}(z')}$
- **Grupo 6**
- $-(\overline{u'X'}+\overline{v'Y'})=-(\bar{u'}+\bar{v'})(\bar{X}+\bar{Y})=-\overline{\vec{V'}.\vec{F'}}$
  e como $\overline{\vec{V'}.\vec{F'}}=\overline{d'}$
- $-(\overline{u'X'}+\overline{v'Y'})=-\overline{d'}$ Taxa de dissipação por atrito da energia de escoamento turbulento.

Chega-se a,

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{u'^2}+\overline{v'^2}}{2}\right)=-\left[\frac{\bar{v}}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u'^2}+\overline{v'^2}}{2}\right)+\bar{w}\ \frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\overline{u'^2}+\overline{v'^2}}{2}\right)\right]-\overline{u'v'}\ \frac{\cos\phi}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u}}{\cos\phi}\right)$$

$$-\overline{v'v'}\ \frac{\cos\phi}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{v}}{\cos\phi}\right)-\overline{u'w'}\ \frac{\partial\overline{u}}{\partial p}-\overline{v'w'}\ \frac{\partial\overline{v}}{\partial p}+\frac{\tan\phi}{a}\bar{v}\ \overline{u'u'}-g\overline{\vec{V'}\cdot\vec{\nabla}(z')}-\overline{d'}.$$

ou ainda,

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{\vec{V'}^2}}{2}\right) = -\left[\frac{\bar{v}}{a\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{\vec{V'}^2}}{2}\right) + \bar{w}\,\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\overline{\vec{V'}^2}}{2}\right)\right] - \overline{u'v'}\,\frac{\cos\phi}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\bar{u}}{\cos\phi}\right) - \overline{v'v'}\,\frac{\cos\phi}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\bar{v}}{\cos\phi}\right)}$$
$$\boxed{-\overline{u'w'}\,\frac{\partial\bar{u}}{\partial p} - \overline{v'w'}\,\frac{\partial\bar{v}}{\partial p} + \overline{u'u'}\,\bar{v}\frac{\tan\phi}{a} - g\overline{\vec{V'}\cdot\vec{\nabla}(z')} - \overline{d'}.} \tag{2.1.26}$$

Integrando-se (2.1.23) e (2.1.26) em relação a massa do fluido (*i.e*, em toda a atmosfera), obtemos[3]

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\mathcal{M}}\frac{\overline{\vec{V}^2}}{2}dm = \int_{\mathcal{M}}\left[\overline{u'v'}\,\frac{\cos\phi}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\bar{u}}{\cos\phi}\right) + \overline{v'v'}\,\frac{1}{a}\frac{\partial\bar{v}}{\partial\phi} - \overline{u'u'}\,\bar{v}\frac{\tan\phi}{a} + \overline{u'\omega'}\,\frac{\partial\bar{u}}{\partial p} + \overline{v'\omega'}\,\frac{\partial\bar{v}}{\partial p}\right]dm$$

$$-g\int_{\mathcal{M}}\frac{\bar{v}}{a}\frac{\partial\overline{z}}{\partial\phi}dm - \int_{\mathcal{M}}\overline{d}\,dm \tag{2.1.27}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\mathcal{M}}\frac{\overline{\vec{V'}^2}}{2}dm = -\int_{\mathcal{M}}\left[\overline{u'v'}\,\frac{\cos\phi}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\bar{v}}{\cos\phi}\right) + \overline{v'v'}\,\frac{1}{a}\frac{\partial\bar{v}}{\partial\phi} + \overline{u'u'}\,\bar{v}\frac{\tan\phi}{a} + \overline{u'w'}\,\frac{\partial\bar{u}}{\partial p} + \overline{v'w'}\,\frac{\partial\bar{v}}{\partial p}\right]dm$$

$$-\int_{\mathcal{M}}g\overline{\vec{V'}\vec{\nabla}(z')}dm - \int_{\mathcal{M}}\overline{d'}\,dm. \tag{2.1.28}$$

Na qual $dm = \frac{a^2}{g}\cos\phi\partial\lambda\partial\phi\partial p$ e $\mathcal{M}$ indica que a integração é sobre todo o fluído planetário.

Adicionando (2.1.27) a (2.1.28) encontra-se a taxa de energia cinética do fluido.

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\mathcal{M}}\kappa dm = -\int_{\mathcal{M}}g\overline{\vec{V}\cdot\vec{\nabla}(z)}dm - \int_{\mathcal{M}}\overline{\vec{V}\cdot\vec{F}}dm \tag{2.1.29}$$

Utilizando a equação da continuidade (2.1.8) e equação do equilíbrio hidrostático (2.1.6), e inte-

[3]Os termos em colchetes da equação 2.1.26 são negligenciados pelas pequenas variações da pressão à superfície

grando em $\mathcal{M}$, obtem-se,

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\mathcal{M}} C_p T dm = \int_{\mathcal{M}} \omega\alpha dm + \int_{\mathcal{M}} h dm$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\mathcal{M}} C_p T dm = \int_{\mathcal{M}} g\vec{V}\cdot\vec{\nabla}z dm + \int_{\mathcal{M}} h dm \tag{2.1.30}$$

sendo $\int_{\mathcal{M}} C_p T dm$ é a energia potencial total e a energia interna da atmosfera.

Fazendo-se a média em relação a longitude $\overline{(\ )}$, obtem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\mathcal{M}} C_p \overline{T} dm = \int_{\mathcal{M}} g\overline{\vec{V}\cdot\vec{\nabla}z} dm + \int_{\mathcal{M}} \overline{h} dm$$

ou como,

- $\overline{\vec{V}\cdot\vec{\nabla}z} = \bar{\vec{V}}\overline{\vec{\nabla}z} + \overline{\vec{V}'\vec{\nabla}z'}$

  ou seja,

- $\overline{\vec{V}\cdot\vec{\nabla}z} = \frac{\overline{v}}{a}\frac{\partial\overline{z}}{\partial\phi} + \overline{\vec{V}'\vec{\nabla}z'}$

tem-se,

- Energia potencial total

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}\int_{\mathcal{M}} C_p\overline{T}dm = \int_{\mathcal{M}} g\frac{\overline{v}}{a}\frac{\partial\overline{z}}{\partial\phi}dm + \int_{\mathcal{M}} g\overline{\vec{V}'\vec{\nabla}z'}\ dm + \int_{\mathcal{M}}\overline{h}\ dm}$$

2.2 Derivação das equações no domínio do número de ondas

Qualquer real em $f(\lambda)$, que é seccionalmente diferenciável no intervalo $(0\ ,\ 2\pi)$, pode ser escrito em termos de Séries de Fourier, representando.

$$f(\lambda)^4 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathcal{F}(n) e^{in\lambda} \tag{I}$$

onde o coeficiente complexo, $\mathcal{F}(n)$ é dado por

$$\mathcal{F}(n) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\lambda) e^{-in\lambda}\, d\lambda \tag{II}$$

Fazendo uso da Equação (2.2.1) descrita abaixo:

$$\vec{V} \cdot \vec{\nabla} u = \left(\frac{u}{a \cos\phi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} \vec{i} + \frac{v}{a} \frac{\partial u}{\partial \phi} \vec{j} \right) \tag{2.2.1}$$

e substituindo na Equação (2.1.1)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} u + w \frac{\partial u}{\partial p} = vf + \frac{vu}{a} \tan\phi - \frac{g}{a \cos\phi} \frac{\partial z}{\partial \lambda} - X \tag{2.1.1}$$

tem-se,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{u}{a \cos\phi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} - \frac{v}{a} \frac{\partial u}{\partial \phi} - w \frac{\partial u}{\partial p} + vf + \frac{vu}{a} \tan\phi - \frac{g}{a \cos\phi} \frac{\partial z}{\partial \lambda} - X$$

Multiplicando ambos os membros por $(2\pi)^{-1} e^{-in\lambda}$ e utilizando a tabela[5] 1, obtem-se

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{2\pi} u(\lambda) e^{-in\lambda} = -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{a \cos\phi} u(\lambda) u_2(\lambda) \frac{\partial}{\partial \lambda} e^{-in\lambda} - \frac{1}{2\pi} \frac{1}{a} v(\lambda) u(\lambda) \frac{\partial}{\partial \phi} e^{-in\lambda} - \omega(\lambda) \frac{1}{2\pi} u(\lambda) \frac{\partial}{\partial p} e^{-in\lambda}$$

[4]Série de Fourier na forma complexa, veja demonstração da Série de Fourier na forma trigonométrica para complexa no apêndice A.

[5]ver apêndice B: Conceitos básicos da teoria e análise de Fourier.

$$+\frac{1}{2\pi}v(\lambda)fe^{-in\lambda}+\frac{1}{2\pi}v(\lambda)u(\lambda)e^{-in\lambda}\frac{1}{a}\tan\phi-\frac{g}{a\cos\phi}\frac{1}{2\pi}z(\lambda)\frac{\partial}{\partial\lambda}e^{-in\lambda}-\frac{1}{2\pi}X(\lambda)e^{-in\lambda}$$

Utilizando a propriedade de linearidade das integrais e integrando para um círculo de latitude escreve-se uma equação principal.

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}u(\lambda)e^{-in\lambda}\,d\lambda=-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{a\cos\phi}u(\lambda)u_2(\lambda)\frac{\partial}{\partial\lambda}e^{-in\lambda}\,d\lambda-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{a}v(\lambda)u(\lambda)\frac{\partial}{\partial\phi}e^{-in\lambda}\,d\lambda$$

$$-\omega(\lambda)\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}u(\lambda)\frac{\partial}{\partial p}e^{-in\lambda}\,d\lambda+\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}v(\lambda)fe^{-in\lambda}\,d\lambda+\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}v(\lambda)u(\lambda)e^{-in\lambda}\frac{1}{a}\tan\phi\,d\lambda$$

$$-\frac{g}{a\cos\phi}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}z(\lambda)\frac{\partial}{\partial\lambda}e^{-in\lambda}\,d\lambda-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}X(\lambda)e^{-in\lambda}\,d\lambda$$

$$\overbrace{\frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}u(\lambda)e^{-in\lambda}\,d\lambda}^{Grupo\ 0}=\overbrace{-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{a\cos\phi}u(\lambda)u_2(\lambda)\frac{\partial}{\partial\lambda}e^{-in\lambda}\,d\lambda}^{Grupo\ 1}\overbrace{-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{a}v(\lambda)u(\lambda)\frac{\partial}{\partial\phi}e^{-in\lambda}\,d\lambda}^{Grupo\ 2}$$

$$\overbrace{-\omega(\lambda)\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}u(\lambda)\frac{\partial}{\partial p}e^{-in\lambda}\,d\lambda}^{Grupo\ 3}\overbrace{+\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}v(\lambda)fe^{-in\lambda}\,d\lambda}^{Grupo\ 4}\overbrace{+\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}v(\lambda)u(\lambda)e^{-in\lambda}\frac{1}{a}\tan\phi\,d\lambda}^{Grupo\ 5}$$

$$\overbrace{-\frac{g}{a\cos\phi}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}z(\lambda)\frac{\partial}{\partial\lambda}e^{-in\lambda}\,d\lambda}^{Grupo\ 6}\overbrace{-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}X(\lambda)e^{-in\lambda}\,d\lambda}^{Grupo\ 7}$$

Resolvendo o grupo (0) e utilizando-se a definição em (II), tem-se como solução do grupo (0) a equação abaixo:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} u(\lambda)e^{-in\lambda}\,d\lambda = \frac{\partial U(n)}{\partial t}\right]$$

Para solução do grupo (1), deriva-se em $u_2(\lambda)$ e utiliza-se o conceito em (I), assim obtem-se:

$$-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{a\cos\phi}u(\lambda)u_2(\lambda)\frac{\partial}{\partial\lambda}e^{-in\lambda}\,d\lambda = -\frac{im}{a\cos\phi}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}u(\lambda)\left[\sum_{m=-\infty}^{\infty}U(m)e^{im\lambda}\right]e^{-in\lambda}\,d\lambda$$

$$-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{a\cos\phi}u(\lambda)u_2(\lambda)\frac{\partial}{\partial\lambda}e^{-in\lambda}\,d\lambda = -\frac{im}{a\cos\phi}\sum_{m=-\infty}^{\infty}U(m)\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}u(\lambda)e^{im\lambda}e^{-in\lambda}\,d\lambda$$

$$-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{a\cos\phi}u(\lambda)u_2(\lambda)\frac{\partial}{\partial\lambda}e^{-in\lambda}\,d\lambda = -\frac{im}{a\cos\phi}\sum_{m=-\infty}^{\infty}U(m)\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}u(\lambda)e^{i(m-n)\lambda}\,d\lambda$$

$$-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{a\cos\phi}u(\lambda)u_2(\lambda)\frac{\partial}{\partial\lambda}e^{-in\lambda}\,d\lambda = -\frac{im}{a\cos\phi}\sum_{m=-\infty}^{\infty}U(m)\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}u(\lambda)e^{-i(n-m)\lambda}\,d\lambda$$

De (II), fazendo $\mathcal{F}(n-m)$, ou no caso $U(n-m)$ tem-se:

$$U(n-m) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}u(\lambda)e^{-i(n-m)\lambda}\,d\lambda$$

Substituindo em

$$-\frac{im}{a\cos\phi}U(m)\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}u(\lambda)e^{-i(n-m)\lambda}\,d\lambda$$

assim obtem-se a solução do grupo (1):

$$\left[-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{a\cos\phi}u(\lambda)u_2(\lambda)\frac{\partial}{\partial\lambda}e^{-in\lambda}\,d\lambda=-\frac{im}{a\cos\phi}\sum_{m=-\infty}^{\infty}U(m)U(n-m)\right]$$

Resolvendo o grupo (2)

$$-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{a}v(\lambda)u(\lambda)\frac{\partial}{\partial\phi}e^{-in\lambda}\,d\lambda=-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{a}v(\lambda)u(\lambda)\frac{\partial}{\partial\phi}e^{-in\lambda}\,d\lambda$$

$$-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{a}v(\lambda)u(\lambda)\frac{\partial}{\partial\phi}e^{-in\lambda}\,d\lambda=-\frac{1}{a}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}v(\lambda)\frac{\partial}{\partial\phi}\left[\sum_{-\infty}^{\infty}U(m)e^{im\lambda}\right]e^{-in\lambda}\,d\lambda$$

$$-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{a}v(\lambda)u(\lambda)\frac{\partial}{\partial\phi}e^{-in\lambda}\,d\lambda=-\frac{1}{a}\sum_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial U(m)}{\partial\phi}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}v(\lambda)e^{-i(n-m)\lambda}\,d\lambda$$

Pela definição em (II) e sabendo que $\frac{\partial U(m)}{\partial\phi}=U_\phi(m)$, encontra-se a solução do grupo (2):

$$\left[-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{a}v(\lambda)u(\lambda)\frac{\partial}{\partial\phi}e^{-in\lambda}\,d\lambda=-\frac{1}{a}\sum_{-\infty}^{\infty}U_\phi(m)V(n-m)\right]$$

Resolvendo o grupo (3)

$$\omega(\lambda)\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} u(\lambda)\frac{\partial}{\partial p}e^{-in\lambda}\,d\lambda = -\omega(\lambda)\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} u(\lambda)\frac{\partial}{\partial p}e^{-in\lambda}\,d\lambda$$

$$\omega(\lambda)\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} u(\lambda)\frac{\partial}{\partial p}e^{-in\lambda}\,d\lambda = -\frac{\partial\omega(\lambda)}{\partial p}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} u(\lambda)e^{-in\lambda}\,d\lambda$$

Pela definição em (I), tem-se:

$$\omega(\lambda)\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} u(\lambda)\frac{\partial}{\partial p}e^{-in\lambda}\,d\lambda = -\frac{\partial\omega(\lambda)}{\partial p}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} U(m)e^{im\lambda}\right]e^{-in\lambda}\,d\lambda$$

$$\omega(\lambda)\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} u(\lambda)\frac{\partial}{\partial p}e^{-in\lambda}\,d\lambda - \sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{\partial U(m)}{\partial p}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\omega(\lambda)e^{-i(n-m)\lambda}\,d\lambda$$

Pela definição em (II), tem-se a solução dada por:

$$\left[-\omega(\lambda)\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} u(\lambda)\frac{\partial}{\partial p}e^{-in\lambda}\,d\lambda = -\sum_{m=-\infty}^{\infty} U_p(m)\Omega(n-m)\right]$$

Resolvendo o grupo (4)

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v(\lambda)fe^{-in\lambda}\,d\lambda = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v(\lambda)fe^{-in\lambda}\,d\lambda$$

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v(\lambda)fe^{-in\lambda}\,d\lambda = f\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v(\lambda)e^{-in\lambda}\,d\lambda$$

Pela definição em (II), tem-se a solução dada por:

$$\left[\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v(\lambda)fe^{-in\lambda}\,d\lambda = fV(n)\right]$$

Resolvendo o grupo (5)

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v(\lambda)u(\lambda)e^{-in\lambda}\frac{1}{a}\tan\phi\; d\lambda = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v(\lambda)u(\lambda)e^{-in\lambda}\frac{\tan\phi}{a}\; d\lambda$$

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v(\lambda)u(\lambda)e^{-in\lambda}\frac{1}{a}\tan\phi\; d\lambda = \frac{\tan\phi}{a}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v(\lambda)\left[\sum_{-\infty}^{\infty} U(m)e^{im\lambda}\right]e^{-in\lambda}\; d\lambda$$

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v(\lambda)u(\lambda)e^{-in\lambda}\frac{1}{a}\tan\phi\; d\lambda = \frac{\tan\phi}{a}\sum_{-\infty}^{\infty} U(m)\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v(\lambda)e^{-i(n-m)\lambda}\; d\lambda$$

Pela definição em (II), obtem-se a solução dada por:

$$\left[\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v(\lambda)u(\lambda)e^{-in\lambda}\frac{\tan\phi}{a}\; d\lambda = \frac{\tan\phi}{a}\sum_{-\infty}^{\infty} U(m)V(n-m)\right]$$

Resolvendo o grupo (6)

$$-\frac{g}{a\cos\phi}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} z(\lambda)\frac{\partial}{\partial\lambda}e^{-in\lambda}\; d\lambda = -\frac{g}{a\cos\phi}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} z(\lambda)\frac{\partial}{\partial\lambda}e^{-in\lambda}\; d\lambda$$

$$-\frac{g}{a\cos\phi}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} z(\lambda)\frac{\partial}{\partial\lambda}e^{-in\lambda}\; d\lambda = \frac{ing}{a\cos\phi}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} z(\lambda)e^{-in\lambda}\; d\lambda$$

Pela definição em (II) e por paridade da função cosseno, dar-se a solução do grupo (6) na forma abaixo:

$$\left[-\frac{g}{a\cos\phi}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} z(\lambda)\frac{\partial}{\partial\lambda}e^{-in\lambda}\; d\lambda = -\frac{ing}{a\cos\phi}A(n)\right]$$

Resolvendo o grupo (7)

$$-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} X(\lambda)e^{-in\lambda}\,d\lambda - \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} X(\lambda)e^{-in\lambda}\,d\lambda$$

Diretamente pela definição em (II), tem-se a solução do grupo (7) dada por:

$$\left[-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} X(\lambda)e^{-in\lambda}\,d\lambda = -P(n)\right]$$

Substituindo as soluções dos grupos de (0) a (7) numeradas na equação principal, obtemos:

$$\frac{\partial U(n)}{\partial t} = -\frac{im}{a\cos\phi}\sum_{m=-\infty}^{\infty} U(m)U(n-m) - \frac{1}{a}\sum_{-\infty}^{\infty} U_\phi(m)V(n-m) - \sum_{m=-\infty}^{\infty} U_p(m)\Omega(n-m)$$

$$fV(n) + \frac{\tan\phi}{a}\sum_{-\infty}^{\infty} U(m)V(n-m) - \frac{ing}{a\cos\phi}A(n) - P(n)$$

Assim

$$\frac{\partial U(n)}{\partial t} = -\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left[\frac{im}{a\cos\phi}U(m)U(n-m) + \frac{1}{a}U_\phi(m)V(n-m) - U_p(m)\Omega(n-m)\right]$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{\tan\phi}{a}U(m)V(n-m) - \frac{ing}{a\cos\phi}A(n) + fV(n) - P(n) \tag{2.2.2}$$

Seguindo o mesmo raciocínio chegamos a (2.2.3)

$$\frac{\partial V(n)}{\partial t} = -\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left[\frac{im}{a\cos\phi}V(m)U(n-m) + \frac{1}{a}V_\phi(m)V(n-m) - V_p(m)\Omega(n-m)\right]$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{\tan\phi}{a}U(m)U(n-m) - \frac{g}{a\cos\phi}A_\phi(n) + fU(n) - Q(n) \tag{2.2.3}$$

Pela equação da Hidrostática

$$0 = -g\frac{\partial z}{\partial p} - \alpha \tag{2.1.6}$$

Sendo $\alpha = \frac{RT}{P}$

$$\frac{\partial z}{\partial p} = -\frac{RT}{gP}$$

Multiplicando por $(2\pi)^{-1}e^{-in\lambda}$ e integrando para um círculo de latitude, tem-se:

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\partial z(\lambda)}{\partial p}e^{-in\lambda}d\lambda = -\frac{R}{gP}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}T(\lambda)e^{-in\lambda}d\lambda$$

Pela definição em (II), encontra-se (2.2.4)

$$A_p(n) = -\frac{R}{gP}B(n) \tag{2.2.4}$$

Pela equação da continuidade

$$\frac{\partial w}{\partial p} = -\vec{\nabla}\cdot\vec{V}$$

$$\frac{\partial w}{\partial p} = -\left(\frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a}\frac{\partial v}{\partial \phi} - v\frac{\tan\phi}{a}\right)$$

Multiplicando ambos os membros por $(2\pi)^{-1}e^{-in\lambda}$ e integrando para um círculo de latitude .

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\partial w(\lambda)}{\partial p}e^{-in\lambda}d\lambda = -\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial u(\lambda)}{\partial \lambda}e^{-in\lambda}d\lambda + \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{a}\frac{\partial v(\lambda)}{\partial \phi}e^{-in\lambda}d\lambda$$

$$-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v(\lambda)\frac{\tan\phi}{a}e^{-in\lambda}d\lambda$$

Solução ,

$$\Omega_p(n) = -\left[\frac{in}{a\cos\phi}U(n) + \frac{1}{a}V_\phi(n) - \frac{\tan\phi}{a}V(n)\right] \tag{2.2.5}$$

Fazendo da mesma forma para a equação da energia termodinâmica , encontra-se (2.2.6)

$$\frac{\partial}{\partial t}B(n) = -\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left[\frac{im}{a\cos\phi}B(m)U(m-n) + \frac{1}{a}B_\phi(m)V(n-m) + B_p(m)\Omega(n-m)\right]$$

$$\left[-\frac{R}{C_p p}B(m)\Omega(n-m)\right] + \frac{1}{C_p}H(n) \tag{2.2.6}$$

2.3 Derivação da equação da energia cinética

Nesta secção será derivada a equação para a taxa de mudança de energia cinética no domínio do número de ondas.

Utilizando-se o teorema de Parseval , escreve-se:

$$\overline{\kappa} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{V^2}{2}d\lambda = \frac{\overline{V}^2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} K(n) \tag{2.3.1}$$

$$K(n) = |U(n)|^2 + |V(n)|^2 \tag{2.3.2}$$

Multiplicando-se as Equações (2.2.2) e (2.2.3) por U(-n) e V(-n) respectivamente e aplicando a (2.2.5) obtem-se a seguinte expressão para a taxa de K(n) em componentes separadas.

$$\frac{\partial}{\partial t}|U(n)|^2 = -\left[U(-n)V(n) + U(n)V(-n)\right]\frac{\cos\phi}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u}}{\cos\phi}\right) - \left[U(-n)\Omega(n) + U(n)\Omega(-n)\right]\frac{\partial\overline{u}}{\partial p}$$

$$+\left[U(-n)U(n) + U(n)U(-n)\right]\frac{\overline{v}\tan\phi}{a} - \sum_{\substack{m=-\infty,\\ m\neq 0}}^{\infty}\{\frac{im}{a\cos\phi}U(m)\left[V(-n)U(n-m) - U(n)U(-n-m)\right]$$

$$+\frac{1}{a\cos\phi}\left[U(-n)\{U(m)V(n-m)\cos\phi\}_\phi + U(n)\{U(m)V(-n-m)\cos\phi\}_\phi\right]$$

$$+\left[U(-n)\{U(m)\Omega(n-m)\}_p + U(n)\{U(m)\Omega - n - m\}_p\right] - \frac{\tan\phi}{a}V(m)\left[U(-n)U(n-m) + U(n)U(-n-m)\right]\}$$

$$-\frac{ing}{a\cos\phi}\left[A(n)U(-n) - A(-n)U(n)\right] + \left(f + \overline{u}\,\frac{\tan\phi}{a}\right)\left[U(-n)V(n) + U(n)V(-n)\right]$$

$$-\left[U(-n)P(n) + U(n)P(-n)\right] \tag{2.3.3}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}|V(n)|^2 = -\left[V(-n)V(n) + V(n)V(-n)\right]\frac{1}{a}\frac{\partial \overline{v}}{\partial \phi} - \left[V(-n)\Omega(n) + V(n)\Omega(-n)\right]\frac{\partial \overline{v}}{\partial p}$$

$$-\sum_{\substack{m=-\infty,\\ m\neq 0}}^{\infty}\{\frac{im}{a\cos\phi}V(m)\left[V(-n)U(n-m) - V(n)U(-n-m)\right]$$

$$+\frac{1}{a\cos\phi}\left[V(-n)\{V(m)V(n-m)\cos\phi\}_\phi + V(n)\{V(m)V(-n-m)\cos\phi\}_\phi\right] +$$

$$\left[V(-n)\{V(m)\Omega(n-m)\}_p + V(n)\{V(m)\Omega - n - m\}_p\right] + \frac{\tan\phi}{a}U(m)\left[V(-n)U(n-m) + V(n)U(n-m)\right]\}_p$$

$$-\frac{g}{a}\left[A_\phi(n)V(-n) + A_\phi(-n)V(n)\right] + \left(f + \overline{u}\frac{\tan\phi}{a}\right)\left[U(n)V(-n) + U(-n)V(n)\right]$$

$$-\left[V(-n)Q(n) + V(n)Q(-n)\right] \tag{2.3.4}$$

A equação desejada para a taxa de variação da energia cinética total de um dado número de onda pode agora ser obtido através de (2.3.2) e integrando sobre toda a massa da atmosfera. Nessa integração negligencia-se os termos que surgem como resultado de variações de pressão à superfície, como foi feito nas derivações de (2.1.26). Assim, obtem-se finalmente a relação abaixo:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\mathcal{M}} K(n)dm = -\int_{\mathcal{M}}\left[\phi_{uv}(n)\frac{\cos\phi}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{\overline{u}}{\cos\phi}\right) + \phi_{vv}(n)\frac{1}{a}\frac{\partial\overline{v}}{\partial\phi} + \phi_{u\omega}(n)\frac{\partial\overline{u}}{\partial p} + \phi_{v\omega}(n)\frac{\partial\overline{v}}{\partial p}\right]dm$$

$$-\int_{\mathcal{M}}\left[-\phi_{uu}(n)\bar{v}\frac{\tan\phi}{a}\right]dm+\int_{\mathcal{M}}\sum_{\substack{m=-\infty,\\ m\neq 0}}^{\infty}\{U(m)\left[\frac{1}{a\cos\phi}\Psi_{uu_\lambda}(m,n)+\frac{1}{a}\Psi_{vu_\phi}(m,n)+\Psi_{\omega u_p}(m,n)\right]$$

$$+\int_{\mathcal{M}}\sum_{\substack{m=-\infty,\\ m\neq 0}}^{\infty}U(m)\left[-\frac{\tan\phi}{a}\Psi_{uv}(m,n)\right]\}$$

$$+\int_{\mathcal{M}}\sum_{\substack{m=-\infty,\\ m\neq 0}}^{\infty}\{V(m)\left[\frac{1}{a\cos\phi}\Psi_{uv_\lambda}(m,n)+\frac{1}{a}\Psi_{vv_\phi}(m,n)+\Psi_{\omega v_p}(m,n)+\frac{\tan\phi}{a}\Psi_{uu}(m,n)\right]\}dm$$

$$-\int_{\mathcal{M}}g\left[\frac{1}{a\cos\phi}\Phi_{uz_\lambda}(n)+\frac{1}{a}\Phi_{vz_\phi}(n)\right]dm-\int_{\mathcal{M}}\left[\Psi_{uX}(n)+\Psi_{vY}(n)\right]dm \tag{2.3.5}$$

As equações (2.3.6) e (2.3.7) definem $\phi_{fg}(n)$ para os termos em que há trocas, transferências ou conversão de energia entre ondas n-ésimas entre sí (fenômenos de resolução horizontal equivalente) e $\Psi_{fg}(m,n)$ para os termos em que há trocas, transferências ou conversão de energia entre ondas n-ésimas e m-ésimas (fenômenos de resolução horizontal diferentes).

$$\phi_{fg}(n)=\left[\mathcal{F}(n)\mathcal{G}(-n)+\mathcal{F}(-n)\mathcal{G}(n)\right] \tag{2.3.6}$$

$$\Psi_{fg}(m,n)=\left[\mathcal{F}(n-m)\mathcal{G}(-n)+\mathcal{F}(-n-m)\mathcal{G}(n)\right] \tag{2.3.7}$$

Além da taxa de energia cinética do estado perturbado (eq. 2.3.5) fazem parte do ciclo de Lorenz

mais 3 reservatórios de energia, dentre os quais encontram-se a energia potencial e cinética do estado básico e a energia potencial do estado perturbado. O conjunto de equações que descrevem o ciclo de energia de Lorenz com todos os reservatórios é encontrado na próxima seção.

2.4 Ciclo de energia de Lorenz

O ciclo global de energia introduzido por Lorenz (1955), é descrito por um conjunto de equações para o balanço das energia cinética e potencial disponível decomposto em sua média zonal e contribuições de perturbações. Saltzman (1957) empregou na formulação do ciclo da energia atmosférica, a análise de Fourier ao longo dos círculos de latitude. De acordo com a formulação de Saltzman (1957), os reservatórios de energia potencial disponível (Po), energia cinÃ©tica (Ko), energia cinÃ©tica perturbada (Kn) e energia potencial perturbada (Pn) podem ser descritos da seguinte maneira:

$$\frac{\partial P(0)}{\partial t} = -\sum_{n=1}^{\infty} R(n) - C(0) + G(0) \tag{2.4.1}$$

$$\frac{\partial P(n)}{\partial t} = R(n) + S(n) - C(n) + G(n)(n = 1, 2, 3, ...) \tag{2.4.2}$$

$$\frac{\partial K(0)}{\partial t} = \sum_{n=1}^{\infty} M(n) + C(0) - D(0) \tag{2.4.3}$$

$$\frac{\partial K(n)}{\partial t} = -M(n) + L(n) + C(n) - D(n), (n = 1, 2, 3, ...) \tag{2.4.4}$$

A partir do conjunto de equações acima, encontram-se todos os termos constituíntes do ciclo de energia atmosférico. Os termos localizados a esquerda são os reservatórios de energia, enquanto que os termos a direita são geração de energia, conversão de energia, transferências lineares e não lineares de energia, perdas devido ao atrito viscoso e energia do estado básico. Ao todo tem-se 4 reservatórios,

Po, Pn, Ko e Kn, que representam taxa de energia potencial do estado básico, taxa de energia potencial de estado perturbado, taxa de energia cinética de estado básico e taxa de energia cinética do estado perturbado, respectivamente.

2.4.1 Termos das equações da energética no domínio espectral

Abaixo encontra-se a equação respectiva a cada termo do ciclo de energia da atmosfera do domínio do número de ondas.

A geração de energia no ciclo de Lorenz é realizado pelos termos Go e Gn, nos quais Go é a geração de energia do estado básico e Gn a geração de energia do estado perturbado. Estes termos estão relacionados a covariância entre o aquecimento diabático (h) e a temperatura (T).

$$G(0) = \int_{\mathcal{M}} \gamma [T]'' [h]'' dm \tag{2.4.1.1}$$

$$G(n) = \int_{\mathcal{M}} \gamma (B(n)H(-n) + B(-n)H(n)) dm \tag{2.4.1.2}$$

Os termos Po e Pn correspondem a energia potencial do estado básico e perturbado, respectivamente, e ambas são proporcionais a temperatura.

$$P(0) = \int_{\mathcal{M}} \gamma \frac{C_p}{2} ([T]'')^2 dm \tag{2.4.1.3}$$

$$P(n) = \int_{\mathcal{M}} \gamma C_p |B(n)|^2 dm \tag{2.4.1.4}$$

Os termos Ko e Kn correspondem a energia cinética do estado básico e perturbado, respectivamente, e ambas são proporcionais às componentes zonal e meridional do vento.

$$K(0) = \int_{\mathcal{M}} \frac{1}{2} ([u]^2 + [v]^2) dm \tag{2.4.1.5}$$

$$K(n) = \int_{\mathcal{M}} (|U(n)|^2 + |V(n)|^2) dm \tag{2.4.1.6}$$

As conversões de energia potencial para energia cinética do estado básico e perturbado são dados pelos termos Co e Cn, respectivamente. Esses termos tem haver com a covariância entre a componente vertical do vento (w) e a temperatura (T).

$$C(0) = \int_{\mathcal{M}} \frac{R}{p} [\omega]''[T]'' dm = -\int_{\mathcal{M}} \frac{g}{a} [v] \frac{\partial [z]}{\partial \phi} dm \tag{2.4.1.7}$$

$$C(n) = -\int_{\mathcal{M}} \frac{R}{p} (\Omega n B(-n) + \Omega(-n) B(n)) dm = -\int_{\mathcal{M}} \frac{ing}{a \cos\phi} (A(n)U(-n) - A(-n)U(n)) dm$$

$$+ \int_{\mathcal{M}} \frac{g}{a} \left(\frac{\partial A(n)}{\partial \phi} V(-n) + \frac{\partial A(-n)}{\partial \phi} V(n) \right) dm \tag{2.4.1.8}$$

Do e Dn são termos de perda de energia cinética devido ao atrito viscoso no estado básico e perturbado.

$$D(0) = -\int_{\mathcal{M}} ([u][x] + [v][y]) dm \tag{2.4.1.9}$$

$$D(n) = -\int_{\mathcal{M}} (U(n)X(-n) + U(-n)X(n)) dm - \int_{\mathcal{M}} (V(n)Y(-n) + V(-n)Y(n)) dm \tag{2.4.1.10}$$

O termo Rn representa a transferência de energia potencial do estado básico para o estado perturbado por meio do transporte de calor sensível.

$$R(n) = \int_{\mathcal{M}} \gamma C_p (V(n)B(-n) + V(-n)B(n)) \frac{1}{a} \frac{\partial [T]}{\partial \phi} dm +$$

$$\int_{\mathcal{M}} \gamma C_p(\Omega(n)B(-n) + \Omega(-n)B(n))\frac{T}{\Theta}\frac{\partial[\Theta]}{\partial p}dm \tag{2.4.1.11}$$

A representação do quanto de energia é transferida da energia cinética do estado perturbado para a energia cinética do estado básico é dada pelo termos Mn. Isto é realizado por meio da transferência de momento.

$$M(n) = -\int_{\mathcal{M}} 2U(n)U(-n)[v]\frac{\tan\phi}{a}dm + \int_{\mathcal{M}} \left(2V(n)V(-n)\frac{1}{a}\frac{\partial[v]}{\partial\phi} + (V(n)\Omega(-n) + V(-n)\Omega(n))\frac{\partial[v]}{\partial p}\right)dm$$

$$+ \int_{\mathcal{M}} (U(n)\Omega(-n) + U(-n)\Omega(n))\frac{\partial[v]}{\partial\phi}dm$$

$$+ \int_{\mathcal{M}} (U(n)V(-n) + U(-n)V(n))\frac{\cos\phi}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{[u]}{\cos\phi}\right)dm \tag{2.4.1.12}$$

Sn e Ln são os termos contidos no ciclo de energia da atmosfera responsáveis pelas transfências não lineares de energia.

Sn é o termo que representa a transferência de energia potencial entre diferentes espectros de onda, ou seja, mostra o quanto cada espectro recebe em energia dos demais espectros e o quanto cada espectro cede em energia para cada um dos demais espectros.

$$S(n) = -\int_{\mathcal{M}} \gamma C_p \sum_{\substack{m=-\infty,\\ m\neq 0}}^{\infty} \frac{in}{a\cos\phi}B(m)(B(-n)U(n-m) + B(n)U(-n-m))dm$$

$$+ \int_{\mathcal{M}} \gamma C_p \sum_{\substack{m=-\infty,\\ m\neq 0}}^{\infty} \frac{1}{a}B(m)\left(V(n-m)\frac{\partial B(-n)}{\partial\phi} + V(-n-m)\frac{\partial B(n)}{\partial\phi}\right)dm$$

$$+\int_{\mathcal{M}}\gamma C_p\sum_{\substack{m=-\infty,\\ m\neq 0}}^{\infty}B(m)\left(\Omega(n-m)\frac{\partial B(-n)}{\partial p}+\Omega(-n-m)\frac{\partial B(n)}{\partial p}\right)dm$$

$$+\int_{\mathcal{M}}\gamma C_p\sum_{\substack{m=-\infty,\\ m\neq 0}}^{\infty}\frac{R}{pC_p}B(m)(\Omega(n-m)B(-n)+\Omega(-n-m)B(n))dm \tag{2.4.1.13}$$

Ln é o termo que representa a transferência de energia cinética entre diferentes espectros de onda, ou seja, mostra o quanto cada espectro recebe em energia dos demais espectros e o quanto cada espectro doa em energia para cada um dos outros espectros.

$$L(n)=-\int_{\mathcal{M}}\sum_{\substack{m=-\infty,\\ m\neq 0}}^{\infty}\frac{in}{a\cos\phi}U(m)(U(-n)U(n-m)-U(n)U(-n-m))dm$$

$$+\int_{\mathcal{M}}\sum_{\substack{m=-\infty,\\ m\neq 0}}^{\infty}\frac{in}{a\cos\phi}V(m)(V(-n)U(n-m)-V(n)U(-n-m))dm$$

$$-\int_{\mathcal{M}}\sum_{\substack{m=-\infty,\\ m\neq 0}}^{\infty}\frac{\tan\phi}{\alpha}U(m)(U(n-m)V(-n)+U(-n-m)U(n))dm$$

$$+\int_{\mathcal{M}}\sum_{\substack{m=-\infty,\\ m\neq 0}}^{\infty}\frac{\tan\phi}{\alpha}V(m)(U(n-m)U(-n)+U(-n-m)U(n))dm$$

$$+\int_{\mathcal{M}}\sum_{\substack{m=-\infty,\\ m\neq 0}}^{\infty}U(-n)\frac{\partial}{\partial p}(U(m)\Omega(n-m))+U(n)\frac{\partial}{\partial p}(U(m)\Omega(-n-m))dm$$

$$+\int_{\mathcal{M}}\sum_{\substack{m=-\infty,\\ m\neq 0}}^{\infty}V(-n)\frac{\partial}{\partial p}(V(m)\Omega(n-m))+V(n)\frac{\partial}{\partial p}(V(m)\Omega(-n-m))dm$$

$$+\int_{\mathcal{M}}\sum_{\substack{m=-\infty,\\ m\neq 0}}^{\infty}\frac{1}{a\cos\phi}U(-n)\frac{\partial}{\partial p}(U(m)V(n-m)\cos\phi)dm$$

$$+\int_{\mathcal{M}}\sum_{\substack{m=-\infty,\\ m\neq 0}}^{\infty}\frac{1}{a\cos\phi}U(n)\frac{\partial}{\partial p}(U(m)V(-n-m)\cos\phi)dm$$

$$+\int_{\mathcal{M}}\sum_{\substack{m=-\infty,\\ m\neq 0}}^{\infty}\frac{1}{a\cos\phi}V(-n)\frac{\partial}{\partial p}(V(m)V(n-m)\cos\phi)dm$$

$$+\int_{\mathcal{M}}\sum_{\substack{m=-\infty,\\ m\neq 0}}^{\infty}\frac{1}{a\cos\phi}V(n)\frac{\partial}{\partial p}(V(m)V(-n-m)\cos\phi)dm \qquad (2.4.1.14)$$

O Gamma (γ) é o índice de estabilidade estática o qual é dependente da espessura da camada. De outra forma, pode-se afirmar que quanto maior for γ maior será a estabilidade estática atmosférica e quanto menor for γ menor será a estabilidade estática atmosférica. Assim, pode-se afirmar que quanto maior for o valor de γ maior será energia potencial.

$$\gamma = -\frac{\theta}{T}\frac{R}{pC_p}\left(\frac{\partial\theta}{\partial p}\right)^{-1} \qquad (2.4.1.15)$$

Na próxima secção são destacados os principios físicos associados aos principais termos que compõem o ciclo de energia de Lorenz. Além disso, será descrito a trajetória do desenvolvimento da energética atmosférica através dos principais trabalhos científicos publicados nesta linha de pesquisa.

Capítulo 3

Revisão Bibliográfica

3.1 A energia do sistema atmosférico

A movimentação do fluido atmosférico é o resultado do aquecimento diferencial da superfície terrestre, e consequente distribuição desigual de energia na superfície do globo: devido a geometria terrestre, as regiões equatorial e tropical recebem mais energia solar que as latitudes médias e regiões polares. A quantidade de energia radiante recebida nos trópicos é superior a capacidade de emissão desta mesma região, enquanto as regiões polares emitem mais energia radiante do que recebem. Caso não houvesse transporte de energia dos trópicos para as regiões polares, o desequilíbrio térmico entre as regiões tropical e polar seria cada vez maior, crescendo de maneira constante, tendo em vista a constante solar, ou seja, a diferença de armazenamento da energia entre as regiões polar e tropical cresceria indefinidademente. É exatamente devido à este desequilíbrio térmico horizontal em conjunto com gradiente vertical de temperatura que ocorrem transferência de energia entre a superfície terrestre e a atmosfera, desta forma estabelecendo a circulação atmosférica.

3.2 A energia potencial total e energia potencial disponível do sistema atmosférico

O conceito de energia potencial disponível foi proposto primeiramente por Margules (1903). Ele demonstrou que considerando um sistema fechado, no qual a energia total permanecia constante, que a redistribuição, ou rearranjo de duas massas de ar adjacentes com diferentes temperaturas pode levar a um ganho apreciável de energia cinética no sistema. As conclusões de Margules claramente influenciaram o trabalho dos meteorologistas noruegueses sobre a teoria do desenvolvimento de ciclones frontais. A teoria proposta por Margules considerou que o crescimento de energia cinética das tempestades poderia ser devido ao decréscimo da energia potencial resultante desse rearranjo (Star, 1950). Edward Lorenz em 1955, não definiu a energia potencial deste modo, mas a partir dos conceitos de Margules, Lorenz estabeleceu o conceito de energia potencial disponível, ou seja, a quantidade de energia que é disponibilizada para ser convertida em energia cinética. Ele definiu a energia potencial disponível na atmosfera, como a diferença entre a soma da energia potencial e interna (denominado a energia potencial total por Margules) e a energia potencial total mínima, que poderiam resultar de qualquer redistribuição adiabática de massa. Esta diferença representa a quantidade máxima que poderia ser convertida em energia cinética, em condições adiabáticas e sem atrito (Danard,1964).

Outra forma de conceituar a energia potencial disponível, é como sendo a diferença entre a energia potencial total de todo o ambiente e a energia potencial mínima, na qual a energia potencial mínima é associada a um estado de referência, isto é, é a energia potencial total que existiria se a massa, sob conservação da temperatura potencial, fosse redistribuída em um campo estratificado horizontal e estável, pois sob movimento adiabático a energia total de toda a atmosfera permaneceria constante. As únicas fontes ou dissipadores de energia cinética de toda a atmosfera seriam então, a energia potencial e energia interna.

Em geral, o movimento da atmosfera não é adiabático. O único processo não-adiabático que altera diretamente a energia cinética é a fricção (Lorenz,1955). É importante salientar, que as energias potencial e interna dentro de uma coluna estendidas até a parte superior da atmosfera, tem razão

constante entre si, na medida em que o equilíbrio hidrostático prevalece, como é facilmente mostrado por Haurwitz (1941). Assim, o ganho resultante ou saldo de energia cinética ocorre em geral, às custas das energias potencial e interna, na mesma proporção. Tendo em vista esta relação, é conveniente tratar a energia potencial e a energia interna, como se fossem uma única forma de energia. A soma da energia potencial e interna tem sido chamado de energia potencial total por Margules (1903).

Segundo Wien-Nielsen (1993), a energia potencial total disponível pode ser matematicamente descrita da seguinte maneira:

Considere um fluido homogêneo em um recipiente cilíndrico. Sendo $H = H(x, y, t)$ a altura do líquido, e área horizontal S. A energia potencial total por unidade de massa é gz, como é conhecido a partir da física. Como referência de nível para z, usaremos plano de superfície do recipente. A energia potencial total por unidade de área (P) é, portanto:

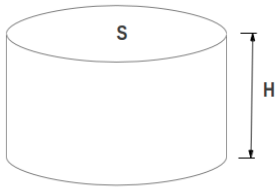

Fig. 3.1: Cilíndro modelo

$$P = \frac{1}{S}\int_0^H \int_S gz\rho dSdz$$

$$P = \frac{1}{S}\int_S \frac{\rho g H^2}{2} dS \tag{3.2.1}$$

Podemos escrever H como,

$$H = \overline{H} + H' \tag{3.2.2}$$

na qual H' é uma pequena variação na altura do fluido e $\overline{H}$ é a média da profundidade do fluido,

representado por:

$$\overline{H} = \frac{1}{S}\int_{\mathcal{S}} H dS \tag{3.2.3}$$

Logo,

$$P = \frac{\rho g \overline{H}^2}{2} + \frac{1}{2} g\rho \frac{1}{S}\int_{\mathcal{S}} H'^2 dS \tag{3.2.4}$$

A Equação(3.2.4) mostra que P é um mínimo $H' = H'(x, y, t)$ previsto, e igual a zero em toda a superfície, isto é, o fluido tem profundidade constante, neste caso,

$$P_{min} = \frac{\rho g \overline{H}^2}{2} \tag{3.2.5}$$

Podemos então definir certa quantidade A, como o excesso de energia potencial em relação ao valor mínimo, chamada de energia potencial disponível, isto é,

$$A = P - P_{min} = \frac{\rho g}{2S}\int_{\mathcal{S}} H'^2 dS \tag{3.2.6}$$

Tendo definido a energia potencial disponível, é de suma importância esclarecer algumas de suas propriedades segundo Lorenz (1955):

1. A soma da energia potencial total disponível mais a energia cinética é conservada sob fluxo adiabático.

2. A energia potencial disponível é completamente determinada pela distribuição de massa.

3. A energia potencial disponível é zero se a estratificação é horizontal e estaticamente estável

4. A energia potencial disponível é positiva se a estratificação não é tanto horizontal e estaticamente estável.

O item (1) citado acima em outras palavras manifesta que a energia potencial disponível é a única fonte de energia cinética. Por outro lado, apesar de o reservatório de energia cinética ser o único sumidouro de energia potencial disponível, este reservatório também funciona como fonte de energia, comportando-se como fonte, pois o fluido em movimento sofre atrito superficial e com as paredes do próprio fluido, sedendo parte da energia cinética em energia interna, o que faz aumentar a energia potencial total mínima, bem como a energia potencial total existente. Dessa forma, a perda de energia cinética excede o ganho de energia potencial disponível, ou seja, há mais energia perdida por atrito do que transformada em energia potencial disponível.

Assim, não há garantia que ocorra em qualquer caso individual, a conversão de toda energia potencial disponível em energia cinética. Por exemplo, se o fluxo for puramente zonal, e as distribuições de massa e momento estão em equilíbrio dinamicamente estável, não há nenhuma conversão de energia potencial disponível em energia cinética, dado que os termos de transferência de energia potencial em cinética nas Equações (2.1.1) e (2.1.2) são iguais a zero.

3.3 A energia cinética do sistema atmosférico

Movimentos de fluidos atmosféricos podem ser divididos em duas grandes classes, os quais devem a sua existência à distribuição desigual de aquecimento diabático na atmosfera:

1. Movimentos dirigidos direta ou indiretamente, através de gradientes de aquecimento horizontais por conta da atmosfera estavelmente estratificada. Quase toda essa energia cinética é associada ao campo de vento sinótico e em escala planetária horizontal Lorenz (1957).

2. Movimentos dirigidos por conta da instabilidade convectiva para o restante da energia cinética atmosférica. Convecção transfere energia continuamente de regiões distintas da atmosfera como consequência do gradiente vertical de aquecimento diabático Lorenz (1957).

Os movimentos resultantes tem escalas espaciais que variam de cerca de 30 km em grandes tempestades para menos de 1 mm em movimentos de micro-escala no interior da camada de superficial.

Apesar da sua pequena contribuição para a energia cinética atmosférica, movimentos dirigidos por convecção desempenham um papel importante no transporte vertical de calor sensível e latente.

A circulação, termo geral, é utilizado por alguns meteorologistas para denotar o totalidade de movimentos de fluidos atmosféricos, enquanto em outros campos, usam o termo em um sentido mais restritivo, para indicar movimentos descritos em (1).

Para Kung (1966), a circulação geral pode ser vista no contexto de um ciclo de energia cinética, em que movimentos dos fluidos atmosféricos interagem continuamente no reservatório de energia potencial inerente à distribuição espacial da massa atmosférica, de modo a manter-se contra a dissipação de atrito, porém a energia cinética de movimentos de fluidos converte energia continuamente para a energia interna por movimentos moleculares aleatórios, pois está em constante movimento. Na presença deste escoamento contínuo, a energia potencial da massa é mantida pelos gradientes espaciais de aquecimento diabático que, atuam para "ascender" o centro de gravidade da atmosfera.

Em latitudes mais baixas, a maior parte da energia cinética atmosférica está contida em movimentos quase-estacionário, circulações termicamente impulsionadas que estão diretamente relacionadas com a distribuição geográfica das fontes e dissipadores de calor, e como resultado, durante o tempo observado, na maior parte dos trópicos a energia cinética varia relativamente pouco de dia para dia (com exceção de variações diurnas) num local fixo, embora possa variar muito de um local para outro. Estas circulações térmicas incluem as variações sazonais das monções, que são uma resposta atmosférica a contrastes de aquecimento terra-mar, e uma grande escala meridional sobre os oceanos Atlântico e Pacífico, que dão origem à zona de convergência intertropical, uma estreita banda de nebulosidade de leste-oeste e chuvas pesadas (Dutton and Johnson, 1967).

Em médias e altas latitudes, grande parte da energia cinética está associada a turbulências chamadas de ondas baroclínicas, que se desenvolvem espontâneamente dentro de zonas de fortes gradientes horizontais de temperatura. A maior parte das alterações significativas no dia-a-dia nessas latitudes podem ser atribuídas a passagem dos sistemas que estão associadas com zonas frontais de mesoescala. Turbulências atmosféricas em escala planetárias e sinóticas estão sujeitas a dissipação de atrito, o que faz com que eles percam gradualmente sua energia cinética (Dutton and Johnson, 1967).

A energia não é transferida diretamente dos movimentos de grande escala em movimentos moleculares aleatórios. Os processos como a instabilidade de cisalhamento e de convecção accionam mecanicamente a turbulência na presença de cisalhamento vertical do vento, que é contraído por movimentos de fluido de pequena escala e interagem entre si para transferir energia para escalas menores e menores e, finalmente, para os movimentos aleatórios molecular.

Cerca de metade da dissipação por atrito ocorre dentro de um quilômetro da atmosfera, como resultado dos movimentos turbulentos gerados mecanicamente por fluxo sobre irregularidades na superfície subjacente. A outra metade ocorre numa parte mais alta da atmosfera, lá as turbulências são geradas como resultado da convecção ou instabilidade de cisalhamento do perfil vertical do vento.(Wallace, 2007)

Em um sentido grosseiro a atmosfera pode ser visto como uma grande máquina de calor, mas ineficaz para uma quantidade de calor adicionada a uma temperatura elevada e removido a uma temperatura um pouco mais baixa. A saída mecânica da máquina de calor é o fornecimento de energia cinética necessária para manter a circulação geral contra a dissipação de atrito.

3.4 Aplicações da energética espectral

Alguns trabalhos utilizando a metodologia descrita por Saltzman foram desenvolvidos em vários âmbitos, como estudos sobre a energética atmosférica em grande escala, no sentido de estudar cada termo do ciclo de energia. Saltzman (1970), realizou estudos observacionais do ciclo de energia atmosférico envolvendo componentes da circulação geral de grande escala, medidos pelo número de onda em torno de círculos de latitude do hemisfério sul, para 9 níveis de pressão e para os primeiros 15 números de onda. Considerando que ao longo de um período de tempo, todos esses reservatórios de energia são invariantes, mesmo com pequenas alterações temporais, pois são insignificantes.

Os resultados encontrados pelas medições mostram que a energia potencial disponível a ser gerada por processos não adiabáticos quase inteiramente na componente média zonal (n = 0) e flui para todos os números de onda mais elevados pelos processos turbulentos de transferência de calor, parti-

cularmente para turbulências maiores. Algumas modulações deste fluxo de energia ocorrem por causa das interações entre as turbulências. Ao mesmo tempo, a energia potencial disponível turbulenta em todos os números de onda, em geral está sendo reduzida por processos não adiabáticos que ocorrem na escala das turbulências e conversões desta energia potencial disponível turbulenta em energia cinética de todos os números de onda. No inverno, este processo de conversão ocorre principalmente nas escalas dos primeiros dez números de onda, chegando ao número de onda 6, que corresponde aproximadamente ao tamanho de onda mais instável previsto pela teoria de instabilidade baroclínica (Kuo, 1952).

Labert (1984), também realizou estudos direcionados ao cálculo da energia da circulação terrestre, utilizando dados do FGGE level III-b (*first global experiment*), realizados em 128 dias, para 15 níveis de pressão, para os primeiros 60 números de onda e grade regular latitude-longitude com resolução espacial de 1,875°. Aderindo a formulação de integração vertical e média temporal global de energia potencial disponível (APE) e energia cinética (KE) em termos de número de ondas bidimensionais e cálculos de previsão para cada um dos meses da época. Os resultados, mostram que o carácter do ciclo de energia atmosférico revelada por cálculos bidimensionais é semelhante à revelada por um cálculo unidimensional, como revisto por Saltzman (1970). O aquecimento diabático gera APE principalmente no número de onda 2. APE, neste mesmo número de onda é redistribuída para todos os outros números de onda pela interação de vórtices na horizontal. Outro importante resultado, é a existência de três regimes na troca entre a APE e KE, como citado abaixo:

- Em escalas muito grandes, em cujo o número de onda igual a 1 e 2, a conversão acontece de APE em KE; em escalas maiores ($3 \leq n \leq 6$) a energia cinética é convertida em APE, e em escalas médias a instabilidade baroclínica converte KE em APE.

- As escalas médias (aproximadamente $5 \leq n \leq 30$) cedem uma quantidade relativamente grande de KE para as escalas maiores e uma menor quantidade para as escalas mais curtas.

- Por fim o ciclo da energia é completado pela dissipação em todos os números de onda.

Por conseguinte Tenenbaum (1975), fez comparações entre modelos energéticos no domínio espacial, no domínio espectral e observações utilizando o modelo atmosférico GISS (*Goddard Institute for Space Studies*), para nove níveis verticais, para o período de janeiro de 1973, examinando diagramas padrão de energia contendo cálculo das componentes para a energia potencial disponível zonal, energia potencial disponível para perturbação, energia cinética zonal, energia cinética turbulenta e conversões entre esses quatro componentes. Algumas foram as conclusões retiradas deste estudo. A conversão baroclínica é maior em torno dos números de onda média (6-8), mas não mostra um forte pico encontrado na modelagem sem a presença de orografia e em observações. É necessário realizar outros estudos para entender se esse comportamento é um efeito real ou é uma dificuldades com respeito às variáveis dependentes de ω. A energética do modelo é internamente consistente. Para todos os números de onda, exceto os primeiros, o resido das entradas e saídas para kn não mostra tendência sistemática com n. As primeiras ondas e, especialmente ondas de número 3 tem desequilíbrios relacionados com a orografia.

Chen (1982), analisou as contribuições devido a média temporal (estado básico) e os desvios temporais(estado turbulento), utilizando a metodologia de análise espectral. Os dados utilizados por Chen, foram providos pelo NMC (*National Meteorological Center*) para o inverno (Dezembro, janeiro e fevereiro) de 1976-1977 nos níveis padrões atmosféricos. Foram estudados as contribuições de calor sensível e transporte de momento, bem como energia pontecial total disponível, energia cinética e suas relações de conversões. O calor sensível total presente em forma turbulenta é caracterizado por uma dupla máxima. Uma das altas está localizada na baixa troposfera em torno de 50°N e 700mb e a outra na baixa estratosfera em torno de 55°N e sobre 200 mb.

O transporte de calor sensível turbulento é para norte através de toda a atmosfera, com exceção de pequenas porções na baixa estratosfera, nos trópicos e perto do pólo. O calor sensível e o transporte de momento encontrados resultantes da pesquisa são similares aos valores encontrados por Wiin-Nielsen *et. al.,* (1963, 1964) e Oort and Rasmusson (1971). Esta situação mostra que as ondas longas são as principais responsáveis pelo transporte de calor sensível. Lau (1979) fez um cálculo semelhante, utilizando os dados de 11 invernos. Enquanto que o transporte de momento turbulento

ocorre principalmente na troposfera superior. O transporte de momento para o norte é mais intenso em torno de 30°N e 250 mb, enquanto o transporte de momento máximo ocorre no sul em torno de 60°N e 300 mb. Para a energia potencial total disponível, seu máximo aparece em torno de 45°N e 500 mb. Esta distribuição é semelhante aos resultados encontrados em Newell *et. al.,*(1974). Enquanto que a energia cinética turbulenta contribui principalmente no topo da troposfera, sendo função da latitude e da pressão.

A conversão entre energia potencial disponível zonal (AZ) e energia potencial disponível para a perturbação (AE) é determinada pelo transporte turbulento de calor sensível e pelo gradiente zonal de temperatura. O transporte turbulento máximo de calor sensível ocorre em latitudes médias, onde o gradiente de temperatura zonal é máximo. Além disso, constatou-se que a quantidade de energia presente nas ondas atmosféricas estacionárias é principalmente devido ao regime de ondas longas. Ademais, as ondas estacionárias longas são responsáveis pelo principal transporte de calor sensível na horizontal e significativo transporte de momento. No entanto, a análise detalhada das contribuições para a energética atmosféricas a partir das ondas estacionárias e transientes nos regimes de onda longa e onda curta, indicam que as ondas longas estacionárias são energeticamente menos eficientes que as ondas longas e curtas transientes.

Hansen e Chen (1982), analisaram dois casos de bloqueio atmosférico no inverno de 1978-1979 por meio da energética espetral. Um caso ocorrido sobre o Atlântico norte e o outro sobre o Pacífico norte. A evolução temporal e distribuição geográfica da energética em escala planetária (números de onda zonais harmônicas de 1-4) e a escala intermediária (números de onda 5-10) para identificar os mecanismos físicos mais importantes no processo de bloqueio. Os dados utilizados foram fornecidos pelo NCAR (*National Center for Atmospheric Research*), produto da saída do modelo NMC (*National Meteorological Center*), com resolução espacial de 2.5° por 2.5° em todos os 10 níveis padrões. Como resultado, dois mecanismos através dos quais processos baroclínicos podem levar ao desenvolvimento de bloqueio:

- Forçante não linear de ondas ultralongas por intensas ondas baroclínicas de escala ciclônica.

- A amplificação de ondas baroclínicas em escala planetárias.

Além disso, verifica-se que, pelo menos, duas condições necessárias devem ser satisfeitas para que um bloqueio venha a formar-se. Um dos mecanismos acima referidos, forçando, em conjunto com uma grande fonte de energia potencial em funcionamento, e a orientação das ondas de escala planetárias existentes, deve ser tal que esse mecanismo possa amplificar a força padrão do bloqueio.

Chen e Shukla (1982), examinaram disgnosticamente a estrutura e a energética espectral dois eventos de bloqueio, utilizando o modelo GLAS (*Global Land Atmosphere System*), este modelo realiza simulações para 9 níveis diferentes, espaçamento de grade horizontal de 4° de latitude e 5° de longitude, experimentados para o inverno de 1976-1977 e um episódio similar em 1963. Este modelo em particular realizado por Shukla e Bangaru (1979) estuda a sensibilidade das ondas quase-estacionárias as anomalias de temperatura da superfície do oceano Pacífico norte. Analisando a energética espectral do bloqueio, os pesquisadores observaram que na energia potencial disponível das ondas 2 e 3, A2 e A3 são fornecidos pela conversão de energia disponível zonal potencial. K2 e K3, a energia cinética das duas ondas, são mantidas por processos diferentes: K2 é mantido por conversão a partir de A2 em K2, um processo baroclínico, enquanto K3 é mantido por conversão de energia cinética zonal (Kz), a energia cinética zonal, na K3, um processo barotrópico. O episódio de bloqueio simulado pelo modelo é semelhante às condições de circulação atmosférica em janeiro de 1963 e, no inverno de 1976-1977.

Pesquisas recentes dirigidas a comparação entre respostas de diversos modelos globais, tem sido estudadas por Marques *et al.* (2009), através de uma análise da energética global em todas as estações a partir de três reanálises diferentes: a saber, ERA-40 (*the european Centre for Medium-Range Weather Forecasts 40-year*), em 21 níveis de pressão, JRA-25 (*the Japan Meteorological Agency and Central Research Institute of Electric Power Industry 25-year Reanalysis*), em 23 níveis de pressão e NCEP-R2 (*the National Centers for Environmental Prediction and Departmant of Energy AMIP-II Reanalysis*), em 17 níveis de pressão, com resolução espacial de 2.5° por 2.5°, no periódo de 1979-2001 para os três conjuntos de dados. Marques concluiu que em geral, o ciclo global de energia é

consistente entre os três conjuntos de dados. Os picos e vales nos espectros das várias componentes do ciclo de energia e sua variabilidade temporal concordam muito bem entre as três reanálises. Diferenças também são encontradas entre as três reanálises, principalmente na magnitude de energia ou energia de conversão/taxas de transferência em cada número de onda, em geral na relação ERA-40 $>$ ARJ-25 $>$ NCEP-R2. Parece claro que a melhor concordância entre os três conjuntos de dados é encontrado durante dezembro, janeiro e fevereiro (DJF). Nas outras estações, as diferenças entre os três conjuntos de dados podem aumentar substancialmente, em alguns casos, especialmente em junho, julho e agosto (JJA) (por exemplo, em $M(n)$). Parece também evidente que os dados de reanálise do NCEP-R2 são um pouco mais suaves que a do ERA-40 que a reanálise JRA-25. Isto é expresso predominantemente no hemisfério Sul. Podem surgir problemas na quantificação da energia devido a filtragens diferentes dos dados na reanálise NCEP-R2, porém não deve ser problemática para a análise de fenômenos de grande escala, o cuidado deve ser tomado ao usar NCEP-R2 para a análise de processos de menor escala, ou seja, aqueles correspondentes a números de onda maiores do que 36. Algumas discrepâncias encontradas entre as três reanálises, deve-se principalmente às diferentes resoluções, tendências e os métodos de assimilação de dados diferentes entre eles. No geral, a energética da reanálise JRA-25 está mais próximos do ERA-40, embora em alguns aspectos possa estar mais perto de NCEP-R2.

Marques *et al.* (2010), realizaram pesquisas com intuito de diagnosticar a energética global para cinco modelos climáticos. A performance dos cinco modelos climáticos é avaliada do ponto de vista atmosférico com base na formulação de Lorenz (1955), dentro de sua decomposição básica da média zonal e componentes turbulentas, e na formulação do número de onda de Saltzman (1957). O desfecho da pesquisa mostra que as principais características nas distribuições de energia e a forma dos espectros de vários comprimentos de onda são razoavelmente bem simulados. No entanto, os espectros de número de onda geralmente produzem energia excessiva nos modelos para cada ciclo de energia e jatos muito fortes de oeste. Portanto, é necessário minimizar estas deficiências, a fim de melhorar o cálculo da circulação de energia nos modelos. Apesar das deficiências acima mencionadas, alguns modelos espectrais manifestaram algumas características importantes do ciclo de energia

na atmosfera. Algumas destas características incluem: a transferência de energia em *downscale* para as interações de onda zonal da energia cinética; a cascata de energia em *upscale* e *downscale* para as interações onda-onda de energia cinética, na qual a energia é transferida das ondas sinóticas para ondas curtas e planetárias. Por consequência, simplesmente o aumento da resolução horizontal e vertical parece não ser suficiente para uma melhora significativa no modelos energéticos. Melhorias em aspectos fundamentais dos modelos climáticos, tais como os sistemas numéricos, parametrizações física e dependência na resolução de parametrizações parece ser, portanto, essencial. Esforços devem ser feitos para melhorar os processos físicos, controlar a geração de energia potencial disponível zonal e dissipação de energia cinética turbulenta, como foi apontado por Boer e Lambert (2008), em que a escala sinótica deve ser de importância crítica.

Capítulo 4

Dados e Metodologia

4.1 Dados

Neste estudo serão utilizados um conjunto de dados provenientes das reanálises do NCEP *(National Centers for Environmental Prediction)* (Kanamitsu *et al.,* 2002), que podem ser obtidos a partir do link http://www.cdc.noaa.gov. Os dados apresentam frequência média diária das variáveis: temperatura (T), componentes horizontais do vetor velocidade do vento (u, v), omega ($\frac{dp}{dt}$) e altura geopotencial (Φ). Os dados estão distribuidos em 12 níveis de pressão (1000, 925, 850, 700, 600, 500, 400, 300, 250, 200, 150, 100 hPa) com resolução horizontal de 2,5° de longitude por 2,5°. São utilizados também conjuntos de dados originados de quatro experimentos do modelo de circulação geral da atmosfera ECHAM/MPI-ESM-MR (Stevens *et al.,* 2012), desenvolvido no Instituto de Meteorologia Max Planck. O modelo ECHAM tem resolução espacial equivalente a 1.875° x 1.875° e funciona com resolução horizontal de 63 espectros de ondas triangulares truncadas e 31 níveis na vertical (T63L31), porém são utiilzados 15 níveis (1000.0, 850.0, 700.0, 500.0, 250.0, 150.0, 100.0, 70.0, 50.0, 30.0, 10.0, 3.0, 1.0, 0.3, 0.1 hPa). O experimento de controle cobre boa parte do período industrial a partir de meados do século XIX até o presente (Karl *et al.,* 2012). Dentro do conjunto de dados concebidos pelo CMIP5 (*Coupled Model Intercomparison Project Phase 5*) será utilizado no presente trabalho uma das três simulações de projeções futuras forçadas com concentrações es-

pecíficas (*the Representative Concentration Pathways*, ou RCPs) consistentes com cenários de alta (RCP8.5), média (RCP4.5) e baixa emissão (RCP2.6) de gases estufa. Respectivamente, os cenários, RCP8.5, RCP4.5 e RCP2.6 alcançam estabilização radiativa de 8,5 W/m^2, 4,5 W/m^2 e 2,6 W/m^2 após 2100 (Moss *et al.,* 2010). Neste trabalho utiliza-se o RCP85.

No presente trabalho, os impactos do aumento na concentracao de gases estufa serão quantificados em termos de anomalia produzida pela comparação entre o RCP85 e o experimento de controle. O período de análise abrange dois intervalos específicos: 1980-1999 e 2080-2099.

4.2 Metodologia

4.2.1 O ciclo de energia de Saltzman

O ciclo de energia introduzido por Lorenz, é descrito por um conjunto de equações para o balanço das energias cinética e potencial disponível, decomposto em sua média zonal e contribuições de perturbações. Por sua vez, Saltzman (1957), aplicando a análise de Fourier ao longo dos círculos de latitude, decompôs os campos em várias perturbações do tipo ondulatória ou harmônicos, com o objetivo de quantificar e analisar a energia destas perturbações de acordo com número ou comprimento de onda.

Com o intuito de entender como os componentes do CEL relacionam-se como um todo, bem como caracterizar a atuação de cada reservatório e cada termo de conversão, geração e dissipação de energia, definido-se um diagrama esquemático representativo do ciclo de energia de Saltzman.

Na Figura 4.1, para melhor visualização, foram agrupados por cor dois tipos de energia, a energia do estado básico e a energia do estado turbulento, onde as caixas no tom azul são as componentes do estado básico e no tom vermelho e laranja as componentes do estado turbulento.

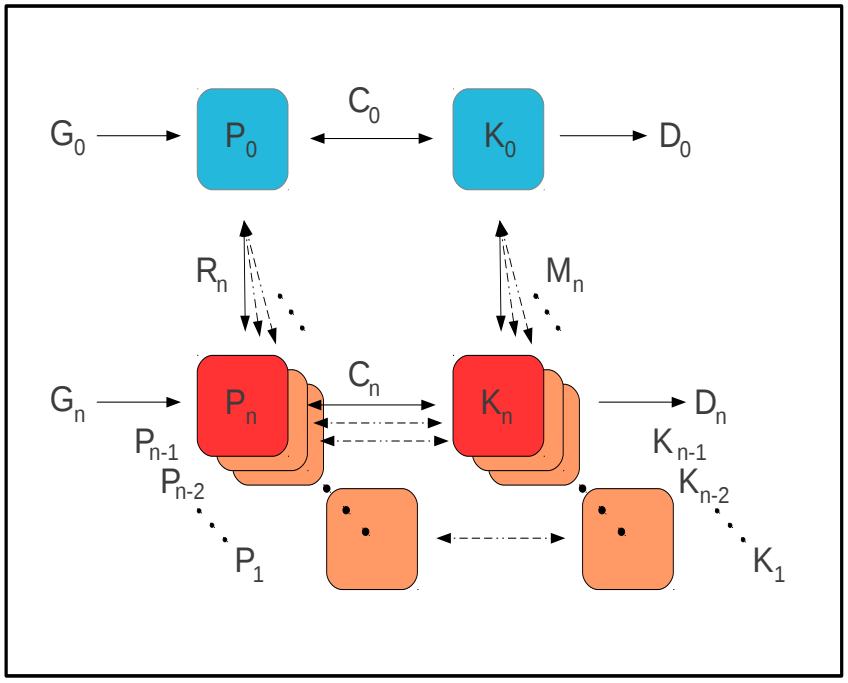

Fig. 4.1: No diagrama acima pode-se observar os termos que constituem o ciclo de energia espectral. O ciclo é composto por dois ramos, o estado básico e o estado perturbado. O estado básico (parte superior do diagrama)é representado pelos termos de transferência Go, Co e Do, e pelos reservatórios Po e Ko (em cor azul). O estado perturbado (parte inferior do diagrama) é representado pelos termos de transferência Gn, Cn, Rn e Mn, bem como os reservatórios Pn e Kn em cor vermelha. O índice "n" é indicativo do número de ondas. Por conseguinte os termos Pn e Kn apresentam multiplos reservatórios, no qual cada um destes representam a quantidade de energia reservada para cada onda, da mesma forma para os termos de transferência, no qual cada onda transmite a quantidade de energia proporcional ao seu número.

De acordo com Saltzman (1957), a variação da energia potencial (P) e energia cinética (K), em estado básico (P(0), K(0)) e perturbado (P(n), K(n)), pode ser escrita como:

$$\frac{\partial P(0)}{\partial t} = -\sum_{n=1}^{\infty} R(n) - C(0) + G(0) \; (n = 1, 2, 3, ...) \tag{4.2.1}$$

$$\frac{\partial P(n)}{\partial t} = R(n) + S(n) - C(n) + G(n) \tag{4.2.2}$$

$$\frac{\partial K(0)}{\partial t} = \sum_{n=1}^{\infty} M(n) + C(0) - D(0) \tag{4.2.3}$$

$$\frac{\partial K(n)}{\partial t} = -M(n) + L(n) + C(n) - D(n)\ (n = 1, 2, 3, ...) \tag{4.2.4}$$

A Equação 4.2.1 representa a variação da energia potencial disponível do estado básico, a qual é funcao de um somatório da taxa de transferência de energia potencial disponível zonal em energia potencial disponível para pertubacao da n-ésima onda ($\sum_{n=1}^{\infty} R(n)$), um termo de conversão de energia potencial em energia cinética (C(0)) e um termo de geracao de energia potencial do estado básico (G(0)). Por exemplo, quando o termo C(0) for positivo (negativo) ele contribui negativamente para a tendência de P(0), o oposto ocorre quando G(0) é positivo. A Equação 4.2.2 representa a variação da energia potencial do n-ésimo número de onda, ou distúrbio (perturbação em relação ao estado básico), (dP(n)/dt). Esta equação é função de um termo da taxa de transferência de energia potencial disponível zonal em energia potencial disponível para pertubação da n-ésima onda (R(n)), um termo da taxa de transferência da energia potencial disponível em estado perturbado de as todas m-ésimas ondas para n-ésimas (S(n)), um termo de conversão de energia potencial da n-ésima onda em energia cinética da n-ésima onda. A Equação (4.2.3), que representa a variação de energia cinética do estado básico (dK(0)/dt), diz que esta variação é função de um somatório da taxa de transferência da energia cinética em fluxo meridional de perturbação de n-ésimas ondas ($\sum_{n=1}^{\infty} M(n)$), um termo de conversão de energia potencial em energia cinética (C(0)) e um termo de dissipação de energia cinética (D(0)). A equação (4.2.4), representa a variação de energia cinética da n-ésima onda, ou distúrbio, (dK(n)/dt). Este termo é função da taxa de transferência da energia cinética em fluxo meridional de perturbação de n-ésimas ondas (M(n)), taxa de transferência da energia cinética em estado perturbado de todas as m-ésimas ondas para n-ésimas (L(n)), um termo de conversão de energia potencial da n-ésima onda em energia cinética da n-ésima onda (ou do distúrbio). Note que os termos C(n) e M(n) apresentam sinais opostos em (4.2.3) e (4.2.4), isto é, quando C(n) por exemplo age como fonte.

Para o calculo das Equações (4.2.1), (4.2.2), (4.2.3) e (4.2.4), é necessário o conhecimento de algumas ferramentas estatísticas, além das equações no domínio espectral. Isto pode ser encontrado no apêndice C.

A Figura 4.2, mostra a distribuição do número de ondas em função de seus comprimentos. No intervalo 1, com número de ondas entre 1 e 4, representando os distúrbios de grande escala que apresentam comprimento horizontal (x,y) igual ou maior que 10^7 metros. Estas ondas também podem ser chamadas de ondas planetárias. Os números de onda entre 5 e 11, pertencentes ao intervalo 2, represetam as ondas intermediárias. De igual forma no intervalo três estão inclusos os distúrbios atmosféricos de escala sinótica, apresentando extensão horizontal da ordem de 10^6 metros (Holton, 2002), com números de onda que variam de 12 a 31.

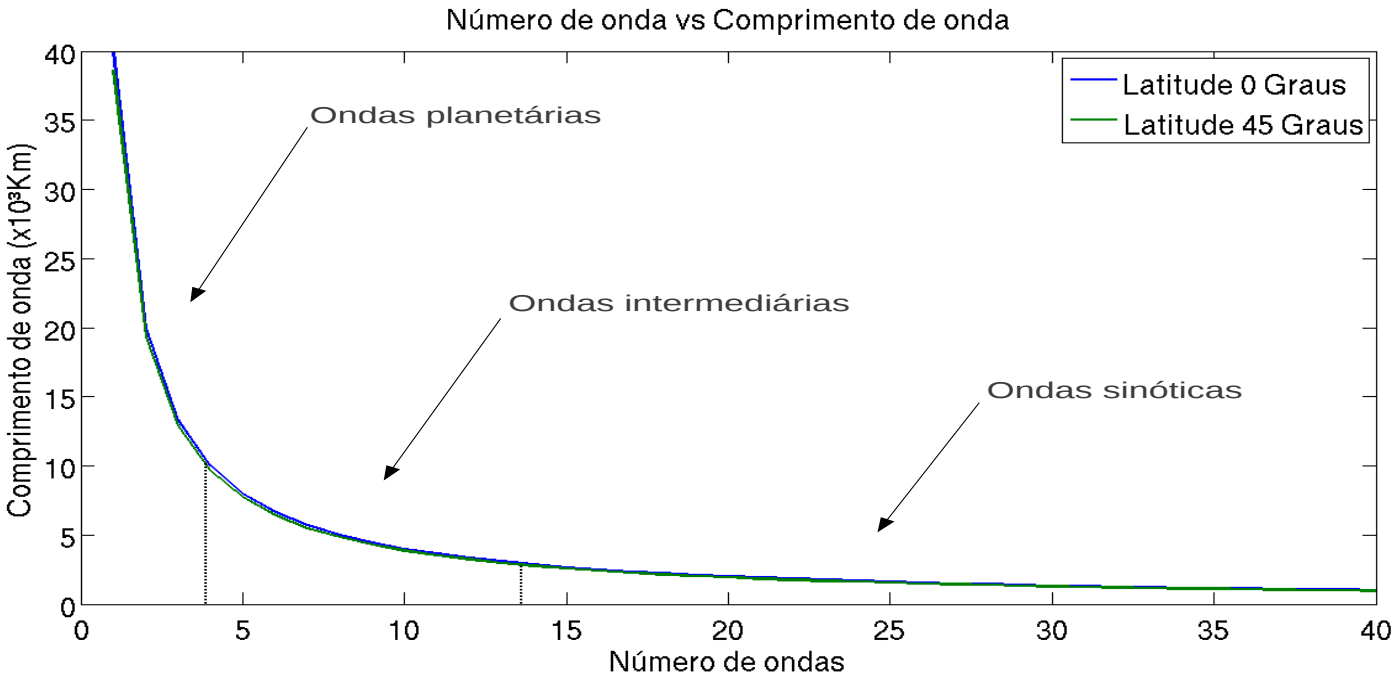

Fig. 4.2: Distribuição do número de ondas em função de seu comprimento para os círculos de latitudes de $0°$ de $45°$.

4.2.2 O cenário RCP

O IPCC baseou o resultado de seus relatórios (1991, 1995, 2001 e 2007), em cenários futuros de aquecimento global devido ao aumento das emissões de gases de efeito estufa. Fundamentalmente, em um primeiro momento, explorando a sustentabilidade de longo prazo dos recursos naturais e a necessidade de energia no futuro. Quase duas décadas depois do primeiro relatório do IPCC, mesmo que tenham sido poucas as ações políticas efetivas para mitigar a mudança do clima, alguns avanços na economia, na conscientização ecológica, na legislação sobre uso da terra, do uso de biocombustíveis, e tudo mais, evidentemente, refletem-se na configuração de novos cenários, que são diferentes daqueles originalmente considerados pelo IPCC.

Estes novos cenários são conhecidos como RCPs e tem sido adotado por pesquisadores do clima para fornecer uma gama de possíveis comportamentos futuros da evolução da composição da atmosfera (Moss et al 2008; Moss et al 2010). Estes novos cenários são destinados a substituir as projeções anteriores com base no cenário de composição atmosférica, tais como os do Relatório Especial sobre Cenários de Emissões (SRES), ver Nakicenovic e Swart (2000). O desenvolvimento destes cenários foi realizado através da cooperação de pesquisadores de vários campos, assim incorporando fatores como as políticas de redução de emissão de gases do efeito estufa e o crescimento no uso das fontes renováveis. Permitindo comparar efeitos ambientais e socioeconômicos de diferentes respostas às mudanças climáticas, algo extremamente importante para determinar as ações necessárias para minimizar prejuízos e disponibilizando melhores ferramentas para tomada de decisão de autoridades públicas e privadas.

Por exemplo, o RCP85 representa variação na forçante radiativa durante o século XXI, resposta resultante de uma mistura de emissões e concentrações de gases estufa variáveis no período de 2080-2099. Ademais, os novos cenários do IPCC, não consideram apenas o simples aumento na concentração de gases de efeito estufa como o CO_2, mas consideram variações na concentração de CO_2 devido políticas de redução de emissão de gases, efeitos ambientais e socioeconômicos e etc.

Os (RCPs RCP26, RCP45 e RCP85) também incluem estimativas de emissões de um grande

número de gases de efeito estufa e de poluentes atmosféricos; tais como: (CH_4, N_2O, os clorofluorocarbonos, SO_2, *black carbon*, etc), bem como estimativas de futuras mudanças no uso da terra. Por exemplo, em todos os RCPs, a diminuição das emissões de SO_2 é ainda maior do que no SRES.

A Figura 4.3 ilustra as considerações feitas em quatro cenário de emissão e consequente concentração de CO_2 atmosférico, dando um exemplo de como esse gás é considerado nos cenários RCP85, RCP60, RCP45 e RCP3-PD. Enquanto a Figura 4.4 apresenta a variação da forçante radiativa total no período de 1800 até 2500.

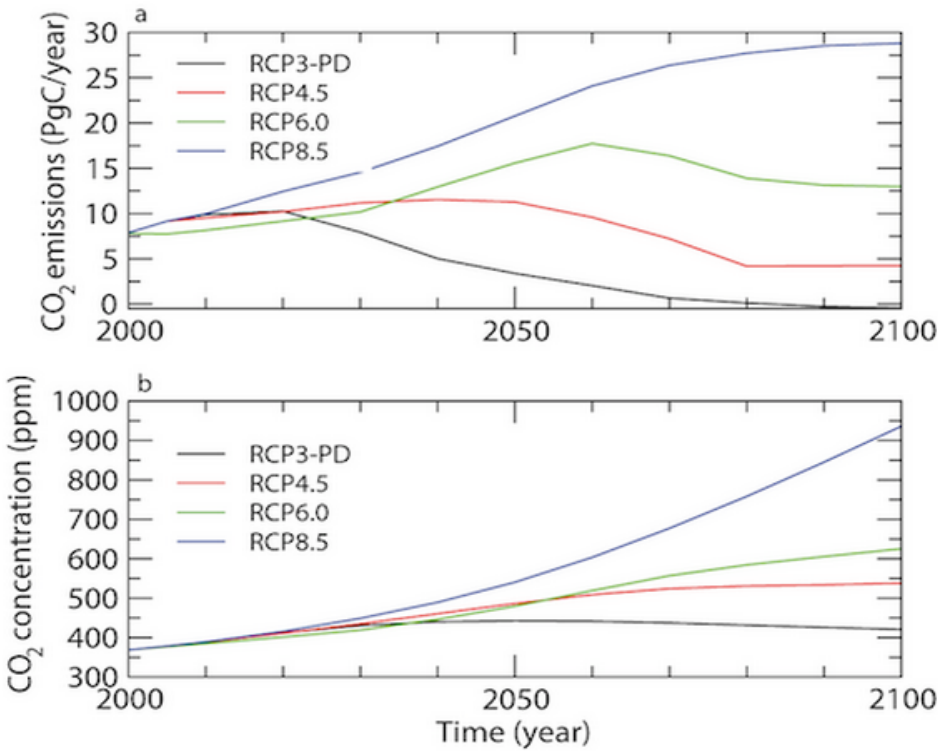

Fig. 4.3: (a) Variação das emissões globais para quatro cenários RCP diferentes, desde o ano 2000 até 2100, bem como as variações na concentração atmosférica para o CO_2. A unidade das variações de emissão global é PgC por ano e concentrações em ppm. Fonte: Meinshausen *et al.* 2011

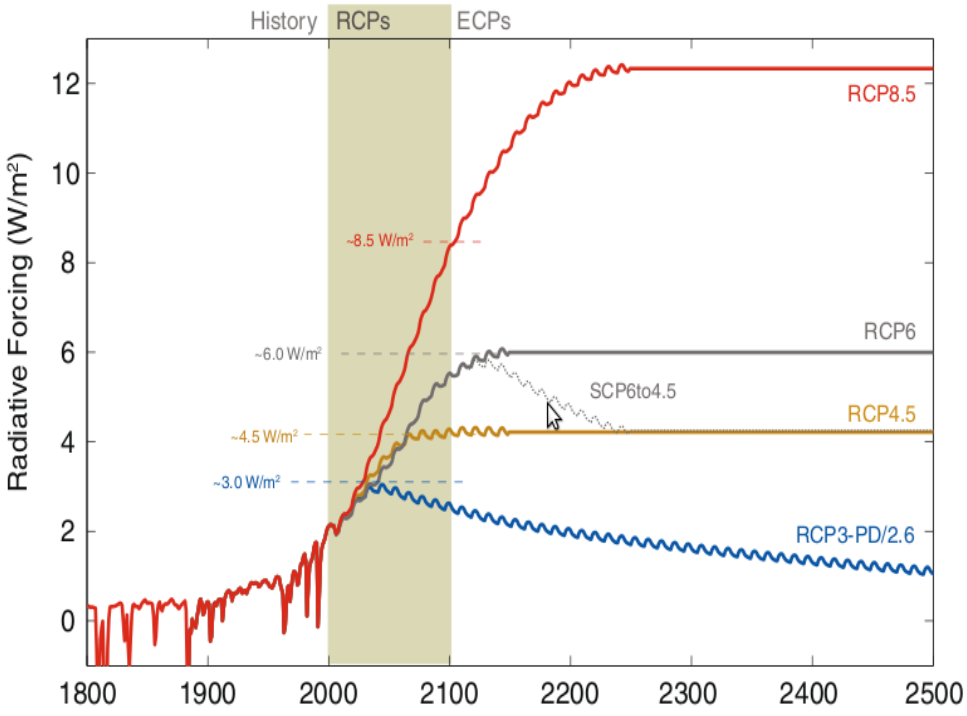

Fig. 4.4: Nesta figura são apresentadas as variações das forçantes radiativas relativas aos cenários futuros de aquecimento global RCP3, RCP4.5, RCP6 e RCP8.5, bem como os valores que estes cenários alcançam no fim do ano de 2100. Essas variações ocorrem devido ao aumento das emissões de gases de efeito estufa e são reflexos das ações políticas efetivas para mitigar a mudança do clima, alguns avanços na economia, na conscientização ecológica, na legislação sobre uso da terra, do uso de biocombustíveis, exploração da sustentabilidade de longo prazo dos recursos naturais, necessidade de energia no futuro e tudo mais. Estas são as forçantes radiativas totais (W/m^2) consideradas pelos RCP's para o período de 1800 até 2500. Fonte: Meinshausen *et al.* 2011.

Capítulo 5

Energética espectral para o período de 1980-1999

Neste Capítulo apresentam-se os resultados divididos em duas partes, a energética do estado básico e a energética do estado perturbado. A energética do estado básico pode ser representada pelo modelo de duas caixas, onde são apresentados a geração de energia potencial, sua conversão em energia cinética e dissipação (secao estado básico). O estado perturbado é aquele onde toda a energia da atmosfera é particionada em modos espectrais, de forma que a soma de todos os modos leva a energia total do sistema (seção estado perturbado). Nas duas seções é feito a comparação direta entre os dados obtidos pelas reanálises do NCEP e modelo ECHAM. Esta comparação é necessária e importante principalmente para trazer à luz aspectos de similaridade ou não entre as duas fontes. Ademais, uma boa performance do modelo ECHAM perante as reanálises é de grande relevância para a confiabilidade do modelo em representar a energética das condições futuras (Capítulo 6).

Pode-se observar na Figura 5.1 o ciclo de Lorenz com dois reservatórios. Os termos apresentados são geração de energia potencial (Go), energia potencial (Po), conversão de energia (Co), energia cinética (Ko) e dissipação de energia cinética por atrito viscoso (Do). No qual Go representa a geração de energia potencial disponível devido aquecimento diferencial latitudinal a partir de fontes diabáticas de calor, Po a representação da quantidade de energia potencial disponível devido rearranjo ou

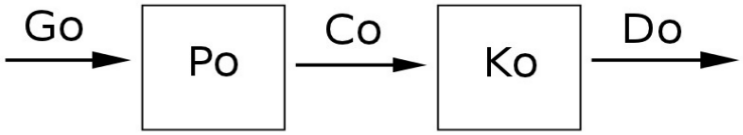

Fig. 5.1: Representação do ciclo de energia de Lorenz para o caso do modelo de duas caixas, onde a energia potencial disponível, representada pela letra Po, é gerada por Go, convertida (Co) em energia cinética (Ko) que consequentemente é dissipada (Do). O sub-indice 'o' indica que os termos do ciclo de energia são relativos ao estado básico.

redistribuição de massas de ar de diferentes densidades, resultado desta redistribuição o montante de energia que pode ser convertida em energia cinética. Essa conversão é realizada através dos movimentos de ar quente ascendente e frio subsidente no plano vertical num mesmo círculo de latitude e é retratado por Co, por outro lado Ko é a energia de movimento da atmosfera, chamada também de energia cinética zonal, e por fim a quantidade de energia dissipada por atrito viscoso decorrente da movimentação dos fluidos atmosféricos figurado por Do.

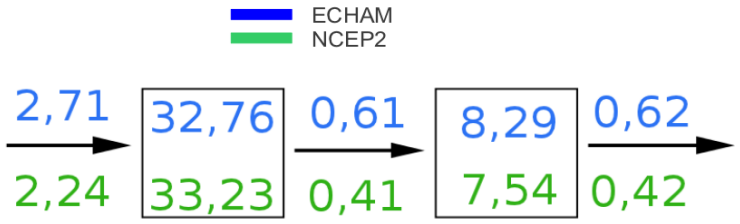

Fig. 5.2: Climatologia anual do ciclo de energia de Lorenz relativo ao estado básico. De cima para baixo os valores referem-se, respectivamente, ao modelo ECHAM (na cor azul) e as reanálises do NCEP (na cor verde). As unidades são de 10^5 J/m^2 no caso dos reservatórios de energia (Po e Ko) e W/m^2 para os termos de geração, conversão e dissipação (Go, Co e Do). O período é relativo aos anos de 1980 a 1999.

A Figura 5.2 apresenta os resultados do ciclo de energia de Lorenz para o esquema de duas caixas (ver Figura 5.1). Os resultados mostram a média anual para um período de 20 anos. Nela estão contidos a geração de energia potencial do estado básico, conversão de energia potencial em energia cinética e dissipação de energia cinética para reanálises do NCEP e modelo ECHAM. Todavia, os resultados oriundos do modelo ECHAM superestimam as reanálises do NCEP em 20,98%, 48,78%, 9,94% e 47,61%, respectivamente, para Go, Co, Ko e Do. No entanto, a energia potencial (Po)

produzida pelos dados do modelo ECHAM é menor que a das reanálises ($\approx 1.41\%$).

Matematicamente o termo de geração de energia do estado básico está associado a covariância do aquecimento diabático e a temperatura média na área. Físicamente pode-se interpretar o produto dos desvios na área como uma relação proporcional, ou seja, são aquecidas as regiões onde a temperatura está relativamente alta e arrefecidas as áreas em que a temperatura está relativamente mais baixa. A resposta a esse comportamento tem consequências sobre o gradiente meridional da atmosfera terrestre. A maior geração de energia produzida pelo modelo ECHAM sugere que o mesmo apresenta leve aumento no gradiente meridional de temperatura em relação às reanálises do NCEP. A consequência direta do aumento na geração de energia potencial deveria ser o aumento da energia potencial do estado básico, porém isso não ocorre, pelo contrário, ela diminui. Todavia, o menor valor de Po deve-se a um balanço entre Go, Co e Rn. Ademais os resultados indicam que o modelo ECHAM produz um ciclo de energia do estado básico mais intenso ($\approx 2{,}55\%$) que os resultados gerados pelo NCEP.

A Figura 5.3 apresenta a distribuição de energia dada pelo termo de geração de energia potencial disponível para conversão em energia cinética perturbada (Gn). O termo Gn apresenta diferenças na distribuição de energia de ondas sinóticas, porém ao integrar todas as ondas do perfil a quantidade de energia produzida pelo modelo é 99% do total produzido pelas reanálises do NCEP. Observar-se que os fluxos de energia gerados pelo modelo ECHAM e pelas reanálises do NCEP são próximos entre sí e que a energia produzida pelo aquecimento diferencial latitudinal é dirigida em sua maioria para os comprimentos de onda maiores (números de onda menores), como por exemplo, ondas planetárias, intermediárias e sinóticas. Além disso, são apresentadas as somas para o conjunto de ondas planetárias (1-4), intermediárias (5-11) e sinóticas (12-31). Nota-se que as energias integradas não apresentam grandes diferenças, exceto para os comprimentos de onda de escala sinótica que apresentam uma leve redução na energia produzida pelo modelo ECHAM. De modo geral os resultados produzidos pelo modelo e pelas reanálises são semelhantes.

Sabendo que o termo de geração de energia está relacionado com a covariância entre o aquecimento diabático e a temperatura local e tendo em vista que o modelo ECHAM produz maior geração de energia em relação às reanálises, pode-se afirmar que o modelo aquece mais os lugares que tem

maior temperatura e está arrefecendo lugares que tem menor temperatura, ou seja, há intensificação do gradiente meridional, o que também afeta diretamente o termo de conversão de energia.

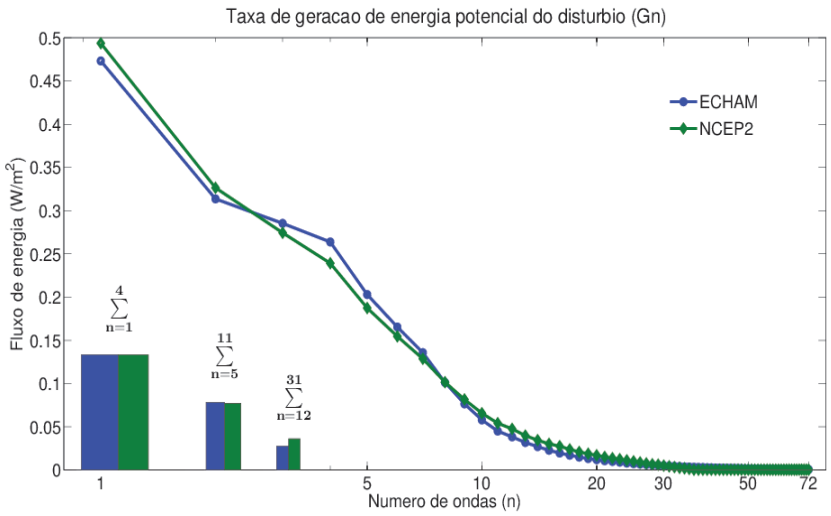

Fig. 5.3: Climatologia anual da geração de energia potencial em função do número de onda zonal relativa aos dados do modelo ECHAM e reanálises do NCEP no período de 1980-1999. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do modelo ECHAM e em verde para as reanálises do NCEP. Para evitar que as barras excedam o limite superior do eixo, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Gn é W/m^2.

O perfil da distribuição de energia potencial disponível para conversão em energia cinética é representado pela Figura 5.4. A energia potencial do estado perturbado está relacionada a temperatura média de todos os harmônicos, na qual a quantificada para cada harmônico do estado perturbado. De acordo com os resultados nota-se que a energia gerada por Gn (ver Figura 5.3) é reservada em grande parte para as ondas de maior comprimento, tanto para o modelo ECHAM quanto para as reanálises do NCEP. Além disso, nota-se que as maiores ondas são responsáveis pelas maiores perturbações no campo da temperatura média na área do estado perturbado.

A energia potencial disponível apresenta derivada negativa relativamente rápida da onda número 1 para onda número 2, seguida por contínua derivada negativa mais lenta produzida pelo modelo ECHAM e pelas reanálises do NCEP, convergindo na onda número 4. A partir de então as reservas de energia potencial disponível ao longo do perfil mostram-se equivalentes. Ademais, de forma a

apresentar-se as energias acumuladas por grupo de ondas, apresentam-se as somas para o conjunto de ondas planetárias, intermediárias e sinóticas. Nota-se ainda que para as reanálises NCEP, as ondas planetárias são responsáveis pelo maior estoque de energia em relação ao total acumulado (≈ 79,64 %), seguida pelas ondas intermediárias (≈ 17,87%), sinóticas (≈2,31%) e de menores escalas (≈ 0,18%), enquanto para o modelo ECHAM, aproximadamente 81,47 %, 16,90 %, 1,61 % e 0,02 %. Pode-se concluir que as maiores escalas são as que mais atuam perturbando a energia potencial atmosférica.

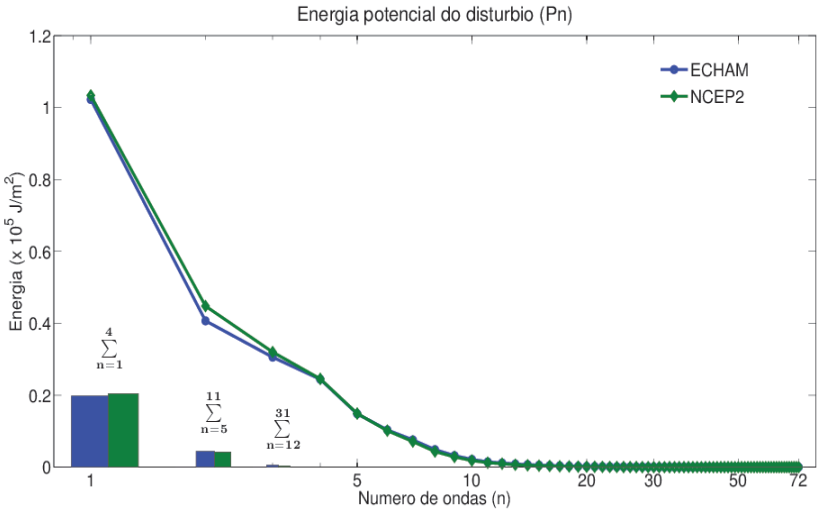

Fig. 5.4: Climatologia anual da energia potencial em função no número de onda zonal relativa aos dados de modelo ECHAM e Reanálise do NCEP-2 no período de 1980-1999. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do modelo ECHAM e em verde para as reanálises do NCEP. Para evitar que as barras excedam o limite superior do eixo, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Pn é $10^5 J/m^2$.

A partir da Figura 5.5 observa-se a climatologia anual da conversão de energia entre Kn e Pn (Cn) em função no número de onda zonal. O termo de conversão entre energia potencial e energia cinética do estado perturbado está relacionado a covariância entre componente vertical do vento e a temperatura local e tendo em vista que o modelo ECHAM produz maior conversão de energia em relação às reanálises, pode-se concluir que o modelo gera mais ascensão de ar em lugares que tem maior temperatura e descendência em lugares que tem menor temperatura, ou seja, há intensificação

do gradiente vertical.

Os resultados que correspondem ao modelo ECHAM, apresentam-se ligeiramente maiores que os resultados gerados pela reanálise em toda distribuição de energia convertida, principalmente nas primeiras cinco ondas, excetuando-se a onda 2. No que tange aos somatórios dos conjuntos de ondas planetária, intermediária e sinótica, os valores de fluxo de energia são superestimados pelo modelo ECHAM em relação à reanálise do NCEP2. A quantidade de energia dos grupos de onda planetária, intermediária e sinótica somam aproximadamente 98,73% e 99,87 %, respectivamente, ao modelo ECHAM e reanálise do NCEP2. Pode-se concluir através do último resultado, que apesar de o modelo ECHAM exprimir maiores valores em todo o perfil de fluxo de energia, representa menor percentual em relação ao total de energia, quando se refere aos resultados do NCEP2. Desta forma, pode-se também concluir proporcionalmente que o modelo ECHAM converte mais energia aos comprimentos de onda menores que os comprimentos de ondas sinóticas que a reanálise NCEP2.

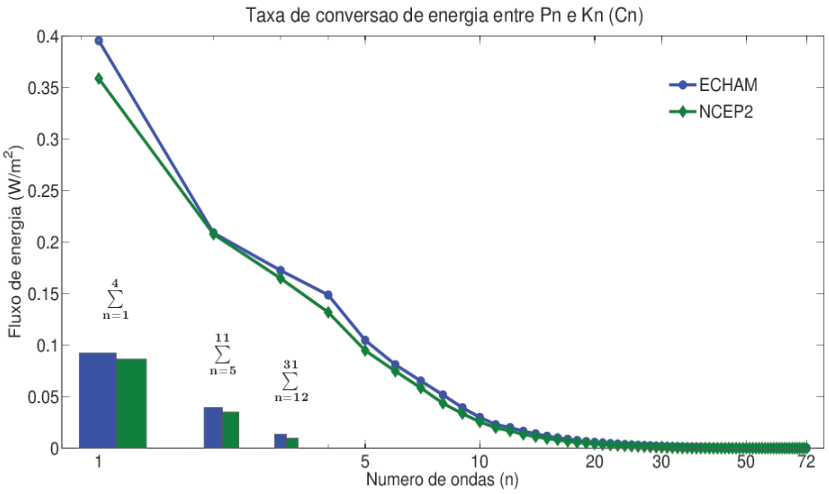

Fig. 5.5: Climatologia anual da conversão de energia entre Kn e Pn (Cn) em função no número de onda zonal relativa aos dados de modelo ECHAM e Reanálise do NCEP-2 no período de 1980-1999. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do modelo ECHAM e em verde para as reanálises do NCEP. Para evitar que as barras excedam o limite superior do eixo, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Cn é W/m^2.

A climatologia anual de energia cinética do estado perturbado em função do número de ondas

zonal é apresentada na Figura 5.6. A quantidade total de energia cinética do estado perturbado é dividida em vários números de ondas ou perturbações, na qual cada harmônico tem estoca uma certa quantidade de energia do total. Na figura, nota-se claramente que o modelo ECHAM superestima a distribuição de energia cinética perturbada em relação aos resultados gerados pelas reanálises do NCEP em todos os comprimentos de onda (exceto onda 1), provavelmente a quantidade de energia a mais contida na onda número 1 esteja relacionada à diferença na transferência de energia não linear, transferências de energia entre ondas de diferentes comprimentos. Pode-se ainda dizer que o acréscimo de energia cinética perturbada resultante do modelo ECHAM é aproximadamente 14,62% maior que as reanálises do NCEP, ou seja, os eventos relacionado ás perturbações no campo de energia cinética são em média aproximadamente 15% mais intensas. Além disso, são apresentadas as somas para o conjunto de ondas planetárias (1-4), intermediáris (5-11) e sinóticas (12-31). De acordo com os resultados das reanálises do NCEP a soma de energia cinética do estado perturbado destes três grupos de ondas é responsável por estocar quase a totalidade da energia (99,96%). Por outro lado, o modelo ECHAM produz cerca de 99,78%. Desta forma, no que tange ao modelo ECHAM, pode-se afirmar que os comprimentos de onda menores que a escala sinótica recebem proporcionalmente menor energia em relação as reanálises NCEP.

Na Figura 5.7, apresenta-se a climatologia anual da taxa de dissipação do atrito viscoso Dn. Este termo é o único termo de dissipação presente no ciclo de Lorenz, ao mesmo tempo em que produz energia interna. O perfil da distribuição de energia assim como Gn, Pn, Cn e Kn, tem sua maior quantidade concentrada nos maiores comprimentos de onda, ou seja, ondas maiores perdem mais energia por atrito viscoso. O total de energia dissipada dos menores números de onda representam o montante de aproximadamente 98%, tanto no modelo quanto nas reanálises. Deve-se salientar que a quantidade de energia dissipada pelo atrito viscoso foi calculada através de resíduo, logo, nem toda a energia representativa desse termo pode ser considerada correspondente ao atrito viscoso.

A climatologia anual da tranferência de energia entre Po e Pn (Rn) e de transferência de energia

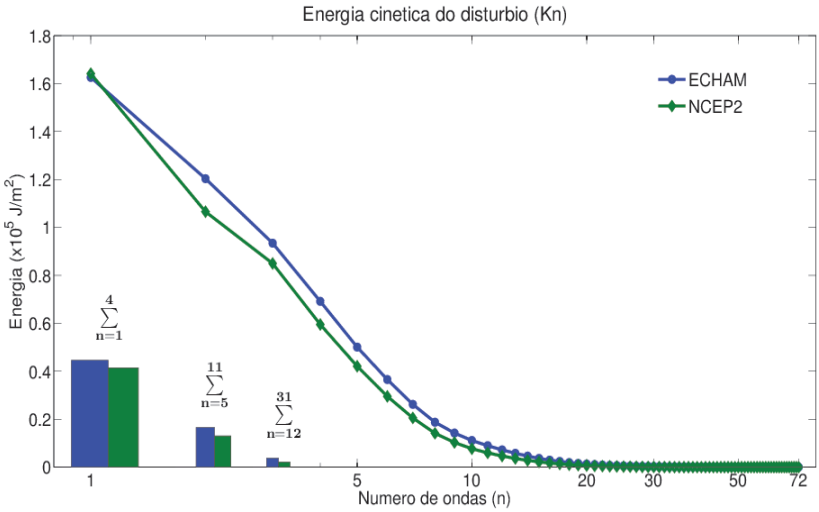

Fig. 5.6: Climatologia anual da energia cinética em função no número de onda zonal relativa aos dados de modelo ECHAM e Reanálise do NCEP-2 no período de 1980-1999. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do modelo ECHAM e em verde para as reanálises do NCEP. Para evitar que as barras excedam o limite superior do eixo, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Kn é $10^5 J/m^2$.

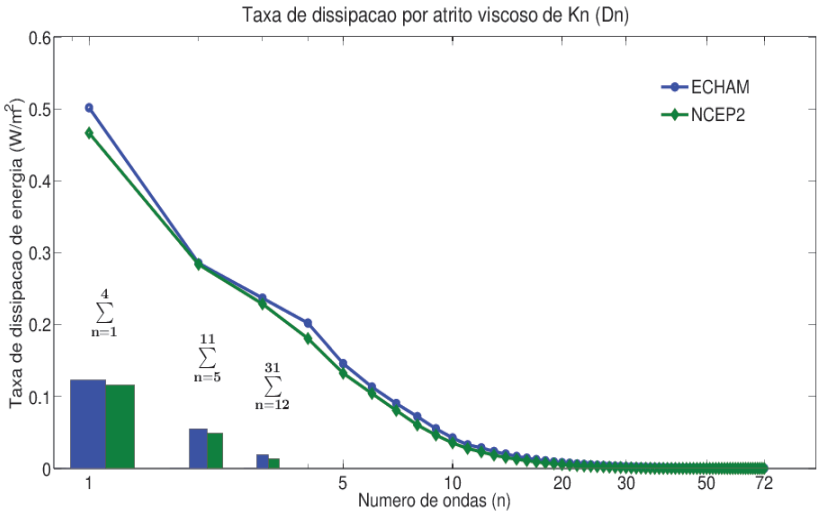

Fig. 5.7: Climatologia anual da taxa de dissipacao por atrito viscoso de energia cinética em função no número de onda zonal relativa aos dados de modelo ECHAM e Reanálise do NCEP-2 no período de 1980-1999. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do modelo ECHAM e em verde para as reanálises do NCEP. Para evitar que as barras excedam o limite superior do eixo, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Dn é W/m^2.

entre Ko e Kn (Mn) são apresentados nas Figuras 5.8 e 5.9. O termo Rn mostra o quanto de energia potencial do estado básico é transferida para cada uma das ondas do reservatório de energia potencial pertubada. Esse termo também atua no balanço de energia potencial do estado básico, no período de cálculo realizado neste trabalho, tanto o modelo ECHAM quanto as reanálises calculam Rn positivo e em ambos casos atuando como sumidouro de energia potencial.

Da mesma maneira, o termo Mn mostra o quanto de energia cinética do estado básico é transferida para cada uma das ondas do reservatório de energia cinética perturbada. Os perfis dos valores de Mn da distribuição de energia, mostram coeficientes de correlação próximos de 1, sugerindo forte correlação entre os resultados do modelo e das reanálises. Além disso, o modelo ECHAM calcula que há uma pequena quantidade de energia transferida a mais que às reanálises. Ademais, as ondas planetárias, intermediárias e sinóticas estocam mais da metade da energia que é transferida tanto da energia cinética do estado perturbado para a energia cinética do estado básico, quanto da energia potencial do estado básico para energia potencial do estado perturbado.

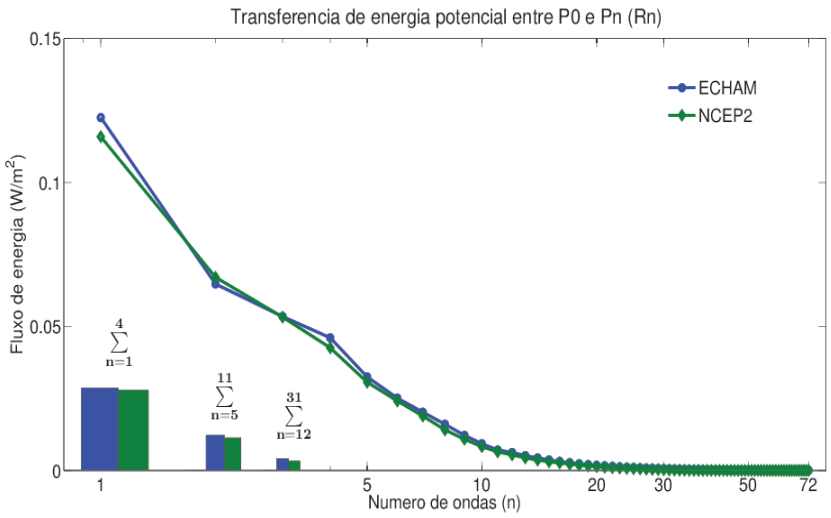

Fig. 5.8: Climatologia anual da transferência de energia entre Po e Pn (Rn) em função no número de onda zonal relativa aos dados de modelo ECHAM e Reanálise do NCEP-2 no período de 1980-1999. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do modelo ECHAM e em verde para as reanálises do NCEP. Para evitar que as barras excedam o limite superior do eixo, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Rn é W/m^2.

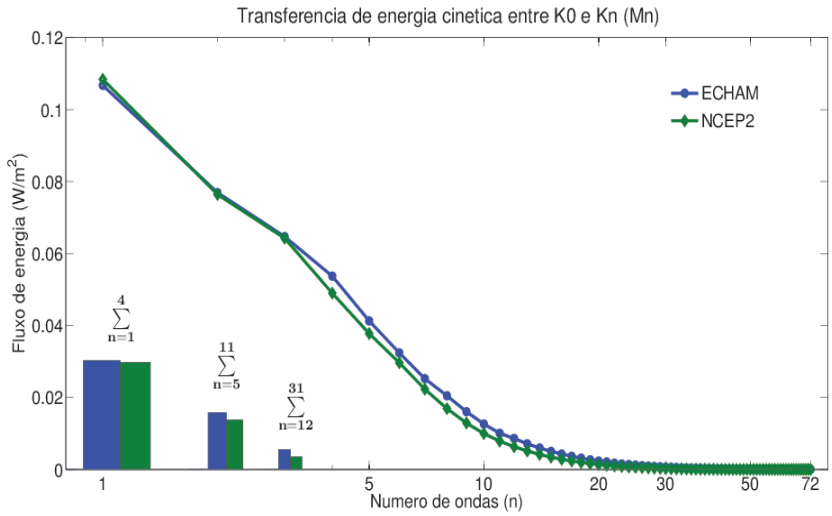

Fig. 5.9: Climatologia anual da transferência de energia entre Ko e Kn (Mn) em função no número de onda zonal relativa aos dados de modelo ECHAM e Reanálises do NCEP no período de 1980-1999. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do modelo ECHAM e em verde para as reanálises do NCEP. Para evitar que as barras excedam o limite superior do eixo, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Mn é W/m^2.

5.1 Discussão dos resultados

A sequência natural do ciclo de Lorenz começa com a geração de energia potencial disponível Gn, sendo reservada em Pn, convertida em Kn, a qual é dissipada, representada pelo termo Dn. Junto ao ciclo de energia também estão presentes os termos Rn e Mn, que representam troca de energia entre estado básico e estado perturbado. Além dos termos Rn e Mn, dois termos, Ln e Sn, foram considerados desprezíveis frente a ordem de magnitude em relação aos demais termos. Ressalta-se ainda que estes dois termos (Rn e Mn) são termos de trocas de energia cinética e potencial entre ondas no estado perturbado e que a soma dos valores de transferência destes termos é nula.

Tendo em vista o ciclo de Lorenz, no que tange ao estado perturbado o modelo ECHAM responde satisfatoriamente a geração, estoque, conversão e disspação da energia. Além disso, os resultados do modelo ECHAM apresentam em todos os termos correlação média em torno de 0.98.

O termo Go, responsável pela geração de energia potencial do estado básico, apresenta maior valor médio no período de 1980-1999. Este resultado indica que o modelo ECHAM produz gradientes

meridionais de energia mais intensos, aquecendo locais quentes e arrefecendo locais frios, possibilitando também maior gradiente vertical de energia, representado pelo termo Co, devido a maior convergência de massa e energia em cada ponto de latitude. Além disso, há aumento nas reservas de energia cinética do estado básico, traduzindo que a quantidade de energia cinética média ou o fluxo médio zonal é intensificado quando utilizado o modelo ECHAM, dessa forma é possível que os jatos de altos níveis, subtropical e polar respectivamente, tenham maior velocidade, sendo uma provável barreira aos sistemas transientes que costumam adentrar os continentes e provocando mudanças nos clima local nos trópicos, subtrópicos e zonas temperadas.

O reservatório de energia potencial do estado básico ao contrário de Go diminui em relação ás reanálises. Com isso, pode-se concluir que a energia potencial média para a isóbara de 850hPa gerada pelo modelo ECHAM por exemplo, tem distância menor em relação ao solo e portanto menor energia potencial e menor altura geopotencial. Para mais fácil visualização a Figura 5.10 mostra a altura de uma isóbara de 850hPa em relação a superfície. Através do exemplo da Figura 5.10, pode-se observar que o modelo ECHAM gera superfícies isobáricas mais baixas que as reanálises do NCEP.

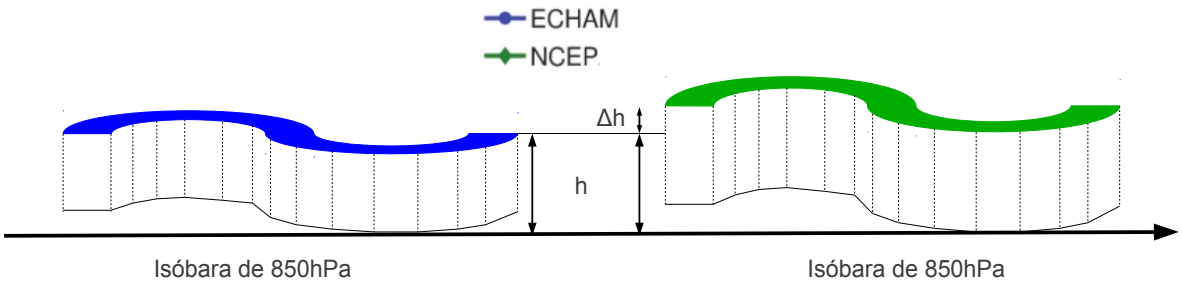

Fig. 5.10: Esquema simplificado da altura da energia potencial média das isóbaras de 850hPa resultantes das reanálises e do modelo ECHAM. Na qual h é a altura da isóbara em relação ao solo e Δh a diferença da altura das isóbaras ou de energia potencial média.

O termo Gn mostra a distribuição da geração de energia nos espectros de onda atmosféricas. Através deste termo observa-se que as distribuições para o modelo ECHAM e reanálises são semelhantes, excetuando-se alguns comprimentos de ondas associado às ondas sinóticas, ou seja, as ondas

sinóticas representadas pelo modelo ECHAM geram um pouco mais de energia potencial perturbada. Porém ao integrar a energia de todas as ondas do perfil, o motante chega próximo da quantidade de energia produzida pelas reanálises, cerca de 99%. Sabendo que o termo de geração de energia está relacionado com a covariância entre o aquecimento diabático e a temperatura local e tendo em vista que o modelo ECHAM produz maior geração de energia em relação às reanálises, pode-se afirmar que o modelo aquece mais onde a temperatura jáé alta e está resfriando onde a temperatura é mais baixa, ou seja, há intensificação do gradiente meridional, o que também afeta indiretamente o termo de conversão de energia.

O perfil do termo Pn é praticamente o mesmo, excetuando-se as ondas número 2 e 3. A integração da energia de todas as ondas do perfil de Pn produzidas pelo modelo, assim como o termo Gn, também somam o equivalente a 99% da energia estocada pelas reanálises. A energia potencial do estado perturbado está associada a temperatura média de cada harmônico integrado na atmosfera terrestre, ou seja, há certa quantidade de energia potencial relacionada a cada harmônico no estado perturbado. Deve-se saber que o termo Pn é balanceado pelos termo Gn, Rn e Cn, é a soma deste valores que indicarão o aumento ou a diminuição do estoque de energia potencial. Pode-se notar que a onda número 2 dos termos Gn e Rn apresentam queda, ou seja, há menor geração e transferência de energia para Pn, sendo este o principal fator responsável pela diminuição da onda de enegia potencial do estado perturbado número 2, pois para este mesmo número de onda o termo Cn gerado pelo modelo ECHAM se manteve igual.

O resultado do modelo ECHAM para conversão de energia tem divergência nas ondas número 1 e 4, contribuíndo para que o modelo superestime em torno de 12% os resultados das reanálises. Pode-se concluir que as ondas planetárias convertem majoritariamente energia potencial do estado perturbado para energia cinética do estado perturbado, pois pequenas divergências no conjunto de ondas planetárias acarretam mudanças bruscas no total de conversão de energia. Ademais, as ondas planetárias causam maior ascendência de ar em zonas quente e descendência de ar em zonas mais frias, fortalecendo assim as células diretas e indiretas.

Kn é o termo que mais se diferencia em relação a quantidade de energia produzida, com dife-

rença de 14% e a quantidade de energia produzida a mais está distribuída nas primeiras vinte ondas. Observa-se também que o modelo ECHAM claramente superestima a distribuição de energia cinética perturbada em relação aos resultados gerados pelas reanálises do NCEP nas pelo menos nos vinte primeiros comprimentos de onda (exceto onda 1). Provavelmente a quantidade de energia a mais contida na onda número esteja relacionada à diferença na transferência de energia não linear, transferências de energia entre ondas de diferentes comprimentos. Ademais, pode-se concluir que o medelo ECHAM gera perturbações médias no campo de energia cinética mais velozes, contribuindo para rápidas transferências de massa, momento e energia para fenômenos nas escalas de comprimento planetários, intermediários e sinóticos.

O perfil da distribuição de energia do termo Dn, assim como Gn, Pn, Cn e Kn, tem sua maior quantidade concentrada nos maiores comprimentos de onda, ou seja, ondas maiores perdem mais energia por atrito viscoso que as relativamente menores, pelo menos em tese, pois os valores de Dn são calculados por resíduo, com isso seus valores ficam um tanto mascarados.

Os perfis dos valores de Rn e Mn, mostram coeficientes de correlação próximos de 1, sugerindo forte correção entre os resultados do modelo e da reanálise. Ademais, as ondas planetárias em seus reservatórios de energia cinética perturbado quanto de energia potencial perturbado, recebem mais da metade da energia que é transferida da energia cinética e energia potencial do estado básico respectivamente. De forma geral o modelo ECHAM apresenta respostas semelhantes aos das reanálises do NCEP, dessa maneira pode ser utilizado em pesquisas voltadas para mudanças climáticas a qual é também a proposta deste trabalho.

Capítulo 6

Energética espectral para o período 2080-2099.

Neste capítulo são apresentados os resultados provenientes dos experimentos CTRL (controle) e RCP85 com o objetivo de avaliar os impactos do aumento na concentração de gases estufa sobre a energética espectral. Estes resultados podem trazer a tona importantes informações a respeito do aumento/diminuição da quantidade de energia nos reservatórios e termos de conversão em termos de um futuro cenário de aquecimento global. Os termos do ciclo de energia tanto do experimento CTRL quanto RCP85 são calculados e analisados de modo qualitativo e quantitativo. O intuito dessa análise é verificar quais os impactos do aumento das emissões e concentrações de gases estufa sobre os termos do ciclo de energia de Lorenz e modificações no clima futuro (2080-2099).

Para se ter uma ideia inicial do impacto do aquecimento na atmosfera terrestre sobre a energética global, apresenta-se a Figura 6.1. A Figura mostra as respostas do ciclo de Lorenz, no diagrama de duas caixas, para o cenário de aquecimento da atmosfera devido o aumento da concentração de gases estufa. Os resultados mostram que quatro dos cinco termos que constituem o ciclo de energia mostram aumento em uma condição de clima mais aquecido no final do século XXI. Como pode ser observado, apenas o termo Po manifesta diminuição na quantidade de energia. A redução no valor

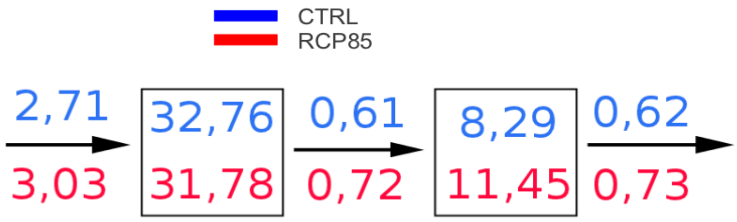

Fig. 6.1: Climatologia anual do ciclo de energia de Lorenz relativo ao estado básico. De cima para baixo os valores referem-se, respectivamente, aos experimentos de controle CTRL (na cor azul) e RCP85 (na cor vermelha). As unidades são de 10^5 J/m^2 no caso dos reservatórios de energia (Po e Ko) e W/m^2 para os termos de geração, conversão e dissipação (Go, Co e Do).

de Po ocorre, provavelmente, devido a distribuição da energia ou aquecimento diabático em níveis mais baixos. De forma geral ocorre aumento no trabalho realizado pela atmosfera em relação ao ciclo padrão ou de controle. Isto quer dizer que, em um ambiente mais quente o trabalho realizado pela atmosfera aumenta.

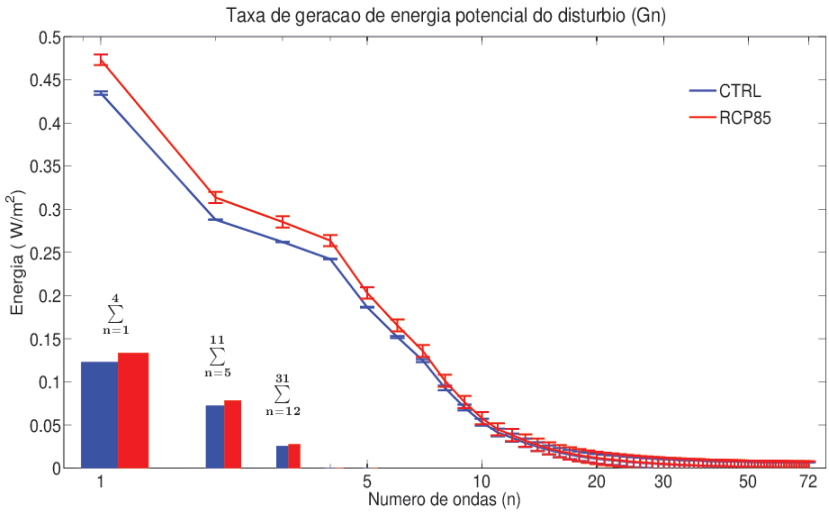

Fig. 6.2: Climatologia anual da geração de energia potencial em função no número de onda zonal relativa experimentos de controle (CTRL) e RCP85. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do experimento CTRL e em verde para o experimento RCP85. Para evitar que as barras excedam o limite superior do erro, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Gn é W/m^2.

A Figura 6.2 apresenta a climatologia anual da geração de energia potencial em função no número de onda zonal relativa aos experimentos de controle CTRL (1980-1999) e RCP85 (2080-2099).

O termo de geração de energia do estado pertubado está associado com a covariância do aquecimento diabático e a temperatura média na área. Interpreta-se o produto dos desvios na área de cada uma das variáveis como uma relação direta, ou seja, a consequência do aumento da produção de Gn implica no aquecimento de locais onde a temperatura está relativamente alta e no resfriamento das áreas em que a temperatura está relativamente mais baixa, desta forma acentuando o gradiente térmico entre essas duas regiões. A maior geração de energia produzida pelo modelo ECHAM sugere que o mesmo apresenta leve aumento no gradiente meridional de temperatura em relação às reanálises do NCEP. A consequência direta do aumento na geração de energia potencial deveria ser o aumento da energia potencial do estado perturbado, porém isso não ocorre, pelo contrário, ela diminui. Todavia, o menor valor de Po deve-se a um balanço entre Gn, Cn e Rn. Ainda na Figura 6.2, nota-se primeiramente que o experimento RCP85 produz aumento na geração de energia em relação ao CTRL, devido ao aumento na concentração de gases estufa. Esse aumento é em torno de 8,8% quando integrado ao longo de todo o perfil. Porém só ocorrem aumento significativo nos comprimentos de ondas pertencentes a escala planetária e algumas intermediárias, enquanto que nas demais o aumento produzido não se encontra fora da variabilidade natural no período do vinte anos estudado. É importante frisar que o aumento na concentração dos gases estufa influenciam na variabilidade do termo de geração de energia. Estes resultados, então, sugerem que para o final do século XXI haverá maior produção de energia potencial em comparação com o final do século passado.

O perfil da distribuição de energia potencial disponível para conversão em energia cinética do estado perturbado é apresentado na Figura 6.3. O termo Pn representa qual a energia potencial média associado a perturbação "n", a esta tem-se associado também determinada altura média da atmosfera terrestre de acordo com cada harmônico. Na Figura 6.3, observa-se que para os resultados gerados cenário de alta emissão RCP85 mostram diminuição de energia potencial perturbada, assim como há também diminuição da variabilidade anual, mesmo em uma condição em que a geração de energia aumenta. Deve-se ter em mente que a energia potencial é balanceada pelo termo Rn, Gn e Cn. O grande responsável pela diminuição do reservatório de energia potencia é o termo Cn e o termo Rn, Cn por contribuir com o relativo aumento da saída de energia potencial e Rn pela menor contribuição

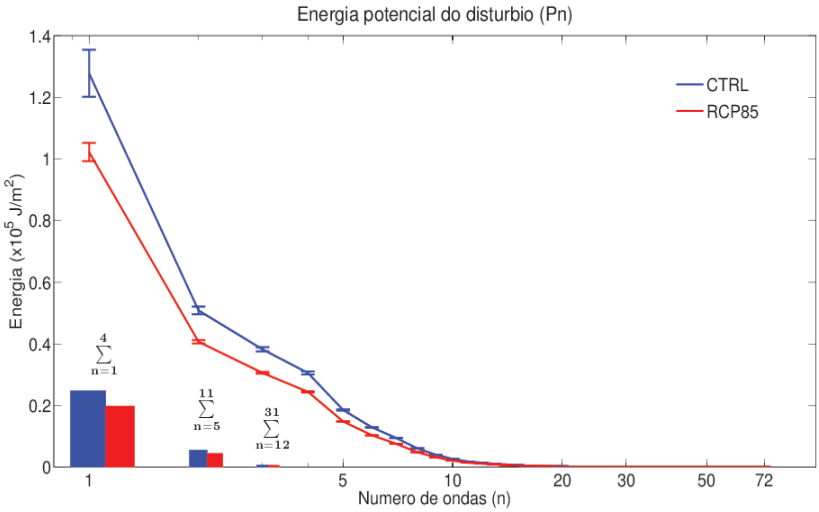

Fig. 6.3: Climatologia anual da energia potencial em função no número de onda zonal relativa aos experimentos de controle (CTRL) e RCP85. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do experimento CTRL e em verde para o experimento RCP85. Para evitar que as barras excedam o limite superior do erro, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Pn é $10^5 J/m^2$.

relativa á transferência de enrgia do estado básico para o estado perturbado. A queda nos valores de Pn são significativas até aproximadamente a onda numero 10, sugerindo que o efeito de um ambiente mais aquecido é enfraquecer a energia potencial das ondas de escala planetária e intermediária, porém sem exercer impacto sobre os demais comprimentos de onda, dessa forma pode-se concluir que as ondas de escalas igual ou menores que a escala sinótica não tem influência direta no aumento médio da energia potencial perturbada. Ademais, o perfil da energia potencial é bem representado e proporcionalmente similar ao experimento controle. Além disso, a quantidade de energia integrada em todo o perfil de ondas é enfraquecida em aproximadamente 20% no experimento RCP85. Sendo que, 99% desta energia está distribuída nos grupos de ondas planetárias, intermediárias e sinóticas, representado pelas barras. Como pode ser observado, as barras cheias indicam que as maiores diferenças ocorrem no grupo de ondas planetárias (1-4), sugerindo-se que são ondas ou distúrbios meteorológicos com esta escala que sofrerão os maiores impactos devido ao aquecimento global (uma vez que venha este cenário a se concretizar).

Na Figura 6.4, observa-se a climatologia anual da conversão de energia do estado perturbado entre

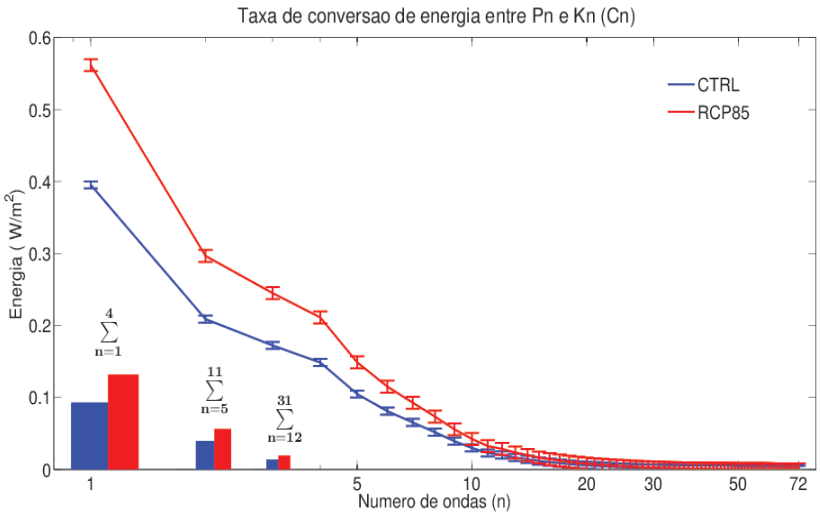

Fig. 6.4: Climatologia anual da conversão de energia entre Kn e Pn (Cn) em função no número de onda zonal relativa aos experimentos de controle (CTRL) e RCP85. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do experimento CTRL e em verde para o experimento RCP85. Para evitar que as barras excedam o limite superior do erro, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Cn é W/m^2.

Kn e Pn (Cn) como função do número de onda zonal. Este termo relaciona a conversão da energia potencial de estado perturbado para energia cinética de estado perturbado através do produto de desvios médios na área da componente vertical do vento e a temperatura no mesmo ponto. A interpretação que se dá para ascensão de ar em locais quente é a de transferência entre energia potencial perturbada e cinética perturbada, ou seja, uma célula direta e para os casos em que há descendência de ar em locais frios transferência inversa associada à uma célula inversa. Analisando por este prisma, observa-se que os resultados apontam para intensificação destas células, de outra forma, os comprimentos de onda que mais intensificam essas células são as ondas de maior escala (1-10). Além disso, o termo Cn apresenta aumento na variabilidade anual nos a partir do número de onda cinco. Nota-se ainda através das barras que o impacto devido ao aumento na concentração de gases estufa recai principalmente sobre as ondas planetárias e sinóticas. Como pode ser observado, os resultados associados as barras indicam que, diferentemente de Pn, a diferença na taxa de conversão de energia entre os períodos de 1980-1999 e 2080-2099 é grande nos três grupos de ondas. Todavia em linhas gerais, os

limites representativos do desvio padrão mostram que a maior significância se dá até a onda número oito.

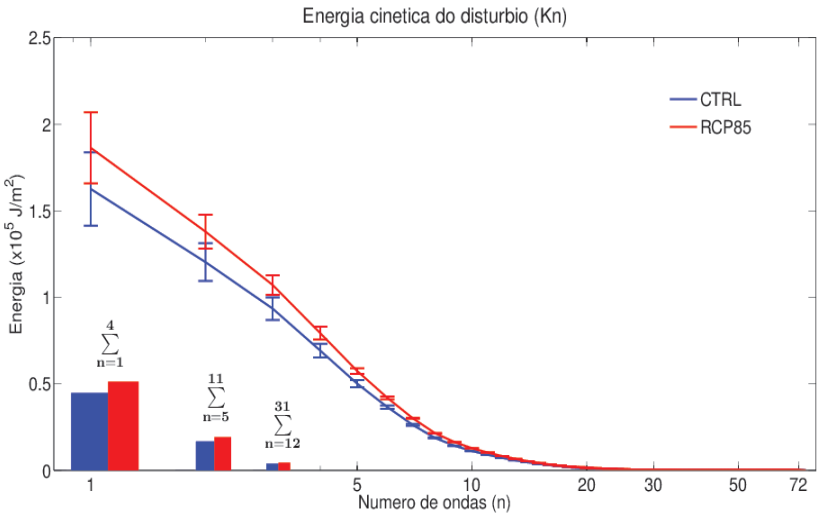

Fig. 6.5: Climatologia anual da energia cinética em função no número de onda zonal relativa aos experimentos de controle (CTRL) e RCP85. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do experimento CTRL e em verde para o experimento RCP85. Para evitar que as barras excedam o limite superior do erro, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Kn é $10^5 J/m^2$.

A climatologia anual da energia cinética em função do número de ondas zonal relativa ao experimento CTRL e RCP85 é apresentada na Figura 6.5. Os resultados do experimento RCP85 mostram aumento da quantidade de energia cinética do estado perturbado. Porém este aumento não é efetivo em todo o perfil, pois a variabilidade da energia cinética produzidas pelo CTRL e do RCP85 são relativamente grandes, com isso os resultados das ondas um e dois não são significantes. Todavia, o aquecimento decorrente do aumento nas concetrações de gases estufa tem impacto no intervalo de ondas de três a dez. Isso significa dizer que as ondas de número três a dez ganharam mais velocidade caso o cenário de aquecimento seja atingido. Ademais o fortalecimento dos fluxos médios perturbados poderiam dificultar a entrado de sistemas transientes nos continentes, dificultando o balanço térmico entre polo e equador. Além disso, a quantidade de energia reservada nas ondas planetárias, intermediárias e sinóticas são de 68%, 25% e 5%, respectivamente. Assim como observado em resultados anteriores a maior diferença ocorre no primeiro grupo de ondas (1-4). Este resultados estão de

acordo com trabalhos anteriores, que apesar de utilizarem diferentes técnicas, observa-se que a energia cinética do estado perturbado não sofre variações estatisticamente significativas (Veiga 2013a).

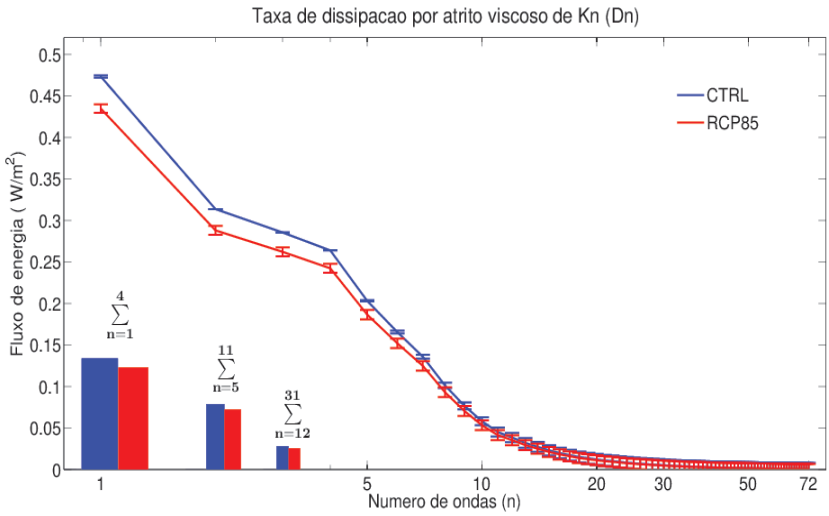

Fig. 6.6: Climatologia anual da dissipação de energia cinética em função no número de onda zonal relativa aos experimentos de controle (CTRL) e RCP85. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do experimento CTRL e em verde para o experimento RCP85. Para evitar que as barras excedam o limite superior do erro, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Dn é W/m^2.

O termo Dn é representativo da dissipação de energia cinética devido ao atrito viscoso e tem sua climatologia anual apresentada pela Figura 6.6. A Figura mostra o perfil e o impacto que o aquecimento atmosférico causa no atrito que ocorre entre o fluido de cada onda e o fluido atmosferérico. Nesta figura, nota-se que o experimento RCP85 tende a aumentar os valores de energia cinética do estado perturbado. Essa é uma das explicações que podem justificar o ganho de energia cinética do estado perturbado, pois o termo Dn, juntamente com Cn que também favorece o aumento de energia no reservatório de energia cinética de estado perturbado.

A Figura 6.7 apresenta climatologia anual da transferência de energia entre Po e Pn (Rn) em função no número de onda, resultados produzidos pelos experimentos CTRL e RCP85. Este termo é um dos componentes que balanceia o estoque de energia potencial do estado perturbado. Neste caso quando relacionamos os termos Pn e Rn, observa-se que o termo Rn contribui para o descréscimo do

estoque de energia em Pn. Além disso este é também um termo importante na ligação entre o estado básico e estado perturbado. De acordo com os resultados encontrados, observa-se que o aumento da energia solar absorvida ou aprisionada no sistema terrestre gera impactos na climatologia anual. Nos resultados do experimento RCP85 é notável a diminuição da transferência de energia de Po para Pn nos principais comprimentos de onda, representado pelos três grupos de ondas (excetuando a onda número 1) e responsáveis por cerca de 98% da tranferência de energia. É interessante notar que a variabilidade e o perfil da distribuição de energia do experimento RCP85 são similares as do experimento CTRL. A diminuição significativa na taxa de conversão de Po para Pn sugere que em um ambiente de aquecimento atmosférico haverá menos disponibilidade de energia do distúrbio oriundo do estado básico o que pode gerar consequências importantes para a conversão entre Pn e Kn.

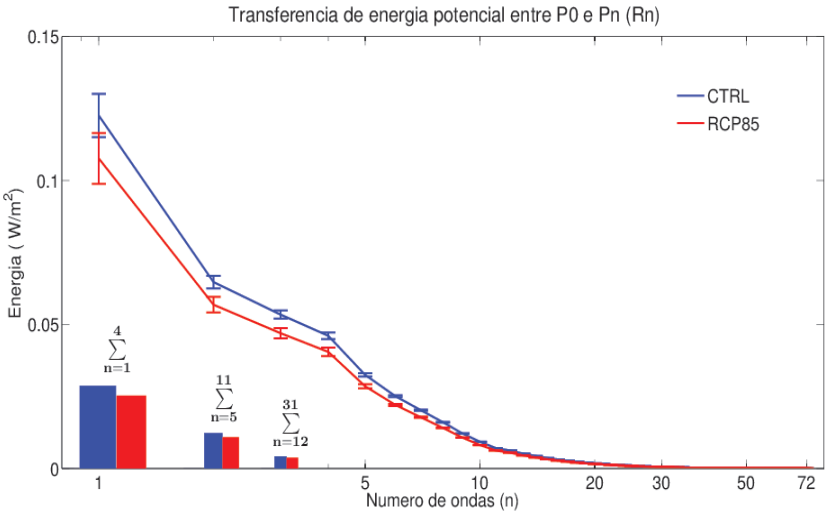

Fig. 6.7: Climatologia anual da transfêrencia de energia entre Po e Pn (Rn) em função no número de onda zonal relativa aos experimentos de controle (CTRL) e RCP85. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do experimento CTRL e em verde para o experimento RCP85. Para evitar que as barras excedam o limite superior do erro, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Rn é W/m^2.

A climatologia anual da conversão entre energia cinética do estado básico e estado perturbado é apresentada na Figura 6.8. Este termo apesar de ser positivo, tem sentido contrário, ou seja, seu sentido é de Kn para Ko, indicando a transferência de momento de Kn para Ko, desta forma contribuindo

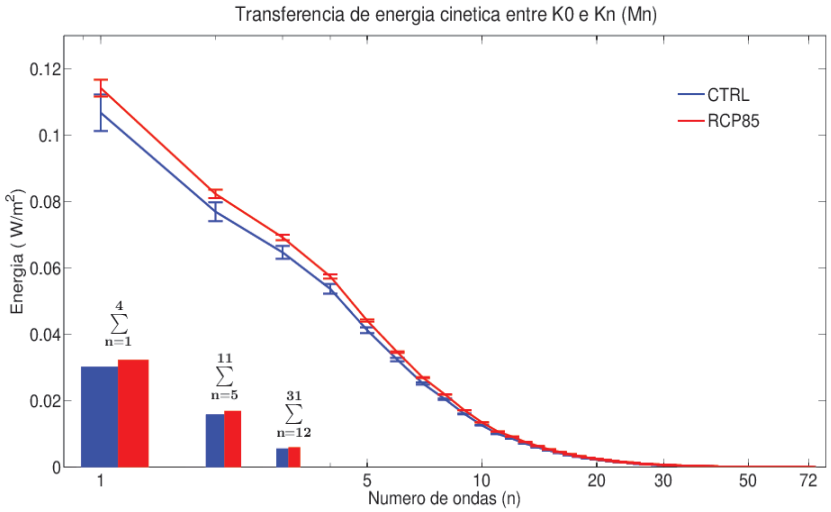

Fig. 6.8: Climatologia anual da transferência de energia entre Ko e Kn (Mn) em função no número de onda zonal relativa ao experimentos de controle (CTRL) e RCP85. As barras representam a soma das energias associadas as ondas 1 a 4 (Planetárias), 5 a 11 (intermediárias) e 12 a 31 (sinóticas), em azul para os dados do experimento CTRL e em verde para o experimento RCP85. Para evitar que as barras excedam o limite superior do erro, os somatórios estão multiplicados por 10^{-1}. A unidade do termo Mn é W/m^2.

para a redução do estoque de energia cinética perturbada, deixando clara a ideia de que os principais componentes que depositam ou que retiram menos energia em Kn são Cn e Dn. Os resultados apontam importantes consequências do aquecimento global. Por exemplo, para o final do seculo XXI espera-se que a circulação média perturbada ceda mais energia para o estado básico, principalmente no que diz respeito as ondas de escala planetária e intermediária. Ademais, observa-se que o perfil de energia de Mn é levemente maior que o perfil de energia cinética do estado perturbado registrado pelo experimento CTRL. Nota-se também que o aumento de energia é proporcional ao número de ondas.

Capítulo 7

Conclusões

Nestes trabalho estudou-se as respostas da energética espectral global sob condições de mudanças climáticas. Para isso, foi realizada uma validação comparando-se os resultados da energética espectral das reanálises do NCEP e do modelo ECHAM para o período de 1980-1999. E por fim eita a avaliação do impacto das mudanças climáticas sobre a energética espectral global comparando resultados obtidos entre os experiementos de CTRL e RCP85 para o período de 2080-2099.

Os resultados entre o modelo ECHAM e as reanálises do NCEP são semelhantes, porém o modelo ECHAM superestima o trabalho (Go-Co-Do) realizado pela atmosfera no estado básico em 2,55%. Esse aumento do trabalho realizado pela atmosfera no estado básico é decorrente do modelo ECHAM produzir mais geração de energia, conversão de energia, energia cinética, dissipação de energia e apenas menor produção de energia potencial. Ainda sobre a comparação entre o modelo ECHAM e às reanálises do NCEP, pode-se afirmar que o termo de conversão produto do ECHAM tem seu valor maior em cerca de 12%, devido principalmente as ondas número 1 e 4. O termo Kn por sua vez é superestimado em 14% e essa quantidade de energia produzida a mais está distribuída nas primeiras vinte ondas. O perfil da distribuição de energia do termo Dn, tem maior quantidade de energia concentrada nos maiores comprimentos de onda, ou seja, ondas maiores perdem mais energia por atrito viscoso que as relativamente menores.

Os resultados provenientes da comparação entre o experimento CTRL e o experimento RCP85

mostraram que considerando o ciclo de energia de G, P, C, K e D, nota-se que o trabalho atmosférico é intensificado. Este é um dos principais impactos devido ao aumento na concentração e emissão de gases estufa. No que tange ao estado básico, os termos Go, Co, Ko e Do sofrem aumento, enquanto o termo Pn sofre diminuição. As consequências físicas do aumento dos termos anteriormente citados são os de aumento no gradiente meridional de temperatura, devido ao aumento da covariância entre o aquecimento diabático e a temperatura local, aumento na covariâcia entre a componente vertical do vetor vento e a temperatura local gerando fortalecimento das células atmosféricas diretas e indiretas, além da intensificação do fluxo zonal médio e correntes zonais. No ramo perturbado, enquanto a energia potencial do estado perturbado sofre diminuição com o aquecimento climático atmosférico, a conversão de energia potencial perturbada em energia cinética perturbada aumenta, sendo esta a maior responsável, junto ao termo de perda de atrito viscoso, pelo crescimento do estoque de energia cinética do estado perturbado. As mudanças decorrentes do aquecimento considerado no cenário RCP85 produzem aumento na energia de movimento da atmosfera, tanto a energia cinética do estado básico quanto energia cinética do estado perturbado ganham mais velocidade, contribuindo para maiores disparidades térmicas entre polo e equador. Não difícil de imaginar que os jatos tropicais e subtropicais ganhariam maior intensidade com o cenário RCP85, assim como preserva-se a energia potencial de estado básico pela diminuição na transferência desta energia potencial básico para a energia potencial de estado perturbado realizada pelo termo Rn. Observou-se também que o reservatório de energia cinética do estado perturbado, além de ser beneficiado pelo termo de conversão e pela diminuição da perda por atrito viscoso, passa a receber mais energia cinética proveniente do estado básico realizado pelo termo Mn. Ademais, todo os termos do ciclo de energia espectral mostram impactos significativos em toda a distribuição de energia. Os termos Gn, Cn e Mn sofrem aumento da taxa de transferência de energia e Kn acréscimo no reservatório de energia, enquanto que Dn e Rn sofrem redução da taxa de transfência de energia e Pn diminuição na reserva de energia potencial. É importante salientar que o aumento das concentrações e emissões de gases de efeito estufa não só modificam a produção e a taxa de transferência de energia, como também impactam a variabilidade anual dos termos do ciclo de energia.

Referências

B. M. Stevens, M. Giorgetta, M. Esch, et al., Atmospheric component of the MPI-M earth system model: ECHAM6. **Journal of Advances in Modeling Earth Systems**, vol. 5, no. 2, pp. $146 - 172$, 2012.

Boer, G. J., 1995: Some dynamical consequences of greenhouse gas warming. **Atmospheric-Ocean**, 33 (4), 731-751.

Hernández-Deckers, D. and J.-S. von Storch, 2010: Energetics responses to increases in a greenhouse gas concentration. **Journal of Climate**, 23 (14), 3874-3887

Hernández-Deckers, D. and J.-S. von Storch, 2011: The energetics response to a warmer climate: relative contributions from the transient and stationary eddies. **Earth System Dynamics**.

Hernández-Deckers, Daniel, Jin-Song von Storch, 2012: Impact of the Warming Pattern on Global Energetics. **Journal of Climate**, 25, 5223-5240.

Boer, G. JBoer, G. J. and S. Lambert, 2008: The energy cycle in atmospheric models. **Climate Dynamics**., 30, 371-390.

Chen, T.-C., 1982: A Further Study of Spectral Energetics in the Winter Atmosphere, **journal**

Monthly Weather Review, 1982, volume 110, páginas 947-961

Chen, T.-C., and J. Shukla, 1982: Diagnostic analysis and spectral energetics of a blocking event in the GLAS climate model simulation. Submitted to **Monthly Weather Review**

Danard, Maurice B., 1964: On the Influence of Released Latent Heat on Cyclone Development. **journal applied meteorology and climatology**, 3, 27-37.

Haurwitz. J. R. 1941: The physical state of the atmosphere. **Royal Astronomical Society of Canada**.

Kanamitsu, Masao, Wesley Ebisuzaki, Jack Woollen, Shi-Keng Yang, J. J. Hnilo, M. Fiorino, G. L. Potter, 2002: NCEP-DOE AMIP-II Reanalysis (R-2). Bull. **American Meteorological Society**, 83, 1631-1643.

Karl T. R., Gleason B. E. , M. J. Menne, J. R. McMahon, R. R. Heim Jr., M. J. Brewer, K. E. Kunkel, D. S. Arndt, J. L. Privette, J. J. Bates, P. Y. Groisman, D. R. Easterling, 2012: U.S. temperature and drought: Recent anomalies and trends, **Eos, Transactions American Geophysical Union**.

Kung, Ernest C., 1966: Kinetic energy generation and dissipation in the large-scale atmospheric circulation. **Monthly Weather Review**, 94, 67-82.

Kung, Ernest C., 1966: Large-scale balance of kinetic energy in the atmosphere. **Monthly Weather Review**, 94, 627-640.

Kuo, H.-L., 1952: Three dimensional disturbances in a baroclinic zonal current. **Journal Meterology**, 9, 260-278.

Lorenz, E. N., 1955: Available potential energy and the maintenance of the general circulation. **Tellus**, 7 (2), 157-167.

Lorenz, E. N., 1967: The nature and theory of the general circulation of the atmosphere. **World Meteorological Organization**, 161 pp.

Lucarini, V., K. Fraedrich, and F. Lunkeit, 2010: Thermodynamics of climate change: generalized sensitivities. **Atmospheric Chemistry Physics**, 10, 9729-9737.

Marques C.A.F, A. Rocha and J. Corte-Real, 2010: Comparative energetics of ERA-40, JRA-25 and NCEP-R2 reanalysis, in the wave number domain, **Journal Dynamics of Atmospheres and Oceans**, volume 50, número 3, páginas 375-399

Marques C.A.F, A. Rocha and J. Corte-Real, 2010: Global diagnostic energetics of five state-of-the-art climate models, **Journal Climate Dynamic**, Springer Berlin / Heidelberg, páginas 1-28.

Marques C.A.F, Rocha A, Corte-Real J, Castanheira JM, Ferreira J, Melo-Goncalves 2009: Global atmospheric energetics from NCEP-Reanalysis 2 and ECMWF-ERA40 Reanalysis. **International Journal Climatology** 29:159-174

Margules, M., 1903: Uber die energie der sturme. jahrb. kais-kon Zent. fur Met., Vienna. YTranslation by **C. Abbe in Smithson. Misc. College**

Marquet, P., 2006: Diagnostic of change in energetics for a 2xCO2, **European Geosciences Union**, Vienna, personal communication.

Marsland, S., Haak, H., Jungclaus, J., Latif, M., and Roske, F., 2003: The Max-Planck-Institute glo-

bal ocean/sea ice model with orthogonal curvilinear coordinates, **Ocean Modelling**., 5, 91-127.

Mesarovic, M.; Pestel, E., **Mankind at the Turning Point** (Dutton, 1967).

Moss, R. H., M. Babiker, S. Brinkman, E. Calvo, T. Carter, J. Edmonds, I. Elgizouli, S. Emori, L. Erda, K. Hibbard, R. Jones, M. Kainuma, J. Kelleher, J. F. Lamarque, M. Manning, B. Matthews, J. Meehl, L. Meyer, J. Mitchell, N. Nakicenovic, B. O'Neill, R. Pichs, K. Riahi, S. Rose, P. Runci, R. Stouffer, D. van Vuuren, J. Weyant, T. Wilbanks, J. P. van Ypersele, and M. Zurek, 2008. Towards New Scenarios for Analysis of Emissions, Climate Change, Impacts, and Response Strategies. **Intergovernmental Panel on Climate Change**, Geneva, 132 pp.

Nakicenovic, N. and R. Swart, 2000: Emissions Scenarios. Special Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC). **Cambridge University Press**, Cambridge, 570 pp.

Newell, R. E., J. W. Kidson, D. G. Vincent and G. J. Boer, 1974: The general circulation of the tropical atmosphere. **MIT Press**, 370 pp.

Peixoto, J. P. and A. H. Oort, 1971: The annual distribution of atmospheric energy on a planetary scale. **Journal Geophysical Research**., 79 (15), 2149-2159.

Roeckner, E., Coauthors 2003: The atmospheric general circulation model ECHAM5, Part I: Model description. **Max-Planck-Institut fÃ¼r Meteorologie**, Rep. 349, 127 pp.

Saltzman, B., 1957: Equations Governing the Energetics of the Larger Scales of Atmospheric Turbulence in the Domain of Wave Number, **Journal of Meteorology**, volume 14, páginas 513-523

Saltzman, B., 1970: Large-Scale Atmospheric Energetics in the Wave-Number Domain, **Review of**

Geophysical Space Physics, volume 8, páginas 289-302

Starr, V. P., and R. M White 1954. Balance requirements of the general circulation. Air Force Cambridge Reserch Directorate, **Geophysical Research Papers**, No. 35.

Shukla, J., Predictability of the tropical atmosphere. **Tropical Ocean-Atmosphere Newsletter**, November, 7-9.

Steven J. Lambert 1984: A global available potential energy kinetic energy budget in terms of the two dimensional wavenumber for the FGGE year, **Atmosphere-Ocean**, 22:3, 265-282.

Tenenbaum, J., 1975: Spectral energetics of the GISS model atmosphere. **Monthly Weather Review** 104, 15-30.

Veiga, J. A. P. ; Ambrizzi, T.. A global and hemispherical analysis of the Lorenz energetics based on the Representative Concentration Pathways. 2013 a. **Advances in Meteorology**. DOI: 10.1155/2013/485047.

Veiga, J. A. P. ; Ambrizzi, T. ; Pezza, A. B.. A space domain energetics study for CO_2 increasing based on $SRES - A2$ emission Scenario. 2013b. **Advances in Meteorology**.

Wiin-Nielsen, 1959: A Study of Energy Conversion and Meridional Circulation for the Large-Scale Motion in the Atmosphere, **Monthly Weather Review**, vol. 87, NO. 9, Sept. pp. 319-332.

Wiin-Nielsen, A., Chen, T. C., 1993: Fundamentals of Atmospheric Energetics, **Oxford University Press**.

Wiin-Nielsen, J. A. Nrown and M. Drake, 1963: On atmospheric energy conversions between the zonal flow and the eddies. **Tellus**, 15, 261-279.

Apêndice A

A Transformação Trigonométrica-Complexa

As séries de Fourier não pararam no tempo, pelo contrário elas têm passado por séculos até aos dias de hoje. Durante alguns anos as séries de Fourier , apesar de terem grande aplicabilidade, estavam ainda de certo modo restringidas, pois não eram válidas em todo o domínio dos números reais, pelo contrário eram válidas somente para números não negativos. Para que as séries de Fourier sejam definidas para o domínio dos reais é necessário reescrevê-las utilizando a famosa equação de Leonhard Paul Euler($e^x = \cos(\theta) + i\sin(\theta)$) que traz em sí a ligacao entre o ramo trigonométrico e complexo da matemática. Através desta equação demonstraremos um modo de como a série trigonométrica de Fourier pode ser escrita na sua forma complexa, ou polar como também é chamada.

Demonstração das séries trigonometrica-complexa

$$f(x) \cong \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} [a_n \cos(n\lambda) + b_n \sin(n\lambda)] \tag{A.1}$$

No qual n é o número de ondas e a_0,a_n,b_n são coeficientes da série de Fourier.

$$a_0 = \frac{2}{T}\int_T f(\lambda)d\lambda \tag{A.2}$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_T f(\lambda)\cos n\lambda d\lambda \tag{A.3}$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_T f(\lambda)\sin n\lambda d\lambda \tag{A.4}$$

$$e^{in\lambda};\ \aleph \epsilon Z$$

$$e^{x+iy} = e^x.e^{iy} = e^x[\cos(y) + i\sin(y)] \tag{A.5}$$

$$e^{in\lambda} = \cos(n\lambda) + i\sin(n\lambda) \tag{A.6}$$

$$e^{-in\lambda} = \cos(n\lambda) - i\sin(n\lambda) \tag{A.7}$$

Assim por (A.6) + (A.7) obtemos:

$$e^{in\lambda} = \cos(n\lambda) + i\sin(n\lambda)$$

+

$$e^{-in\lambda} = \cos(n\lambda) - i\sin(n\lambda)$$

Temos :

$$\cos(n\lambda) = \frac{1}{2}[e^{in\lambda} + e^{-in\lambda}] \tag{A.8}$$

e (A.7) - (A.6), lembrando que $\frac{1}{i} = -i$

$$e^{-in\lambda} = \cos(n\lambda) - i\sin(n\lambda)$$

-

$$e^{in\lambda} = \cos(n\lambda) + i\sin(n\lambda)$$

$$\sin(n\lambda) = -\frac{1}{2}i[e^{in\lambda} - e^{-in\lambda}] \tag{A.9}$$

Substituindo (A.8) e (A.9) no somatório da equação (1) obtemos

$$f(x) \cong \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} [a_n \cos(n\lambda) + b_n \sin(n\lambda)]$$

Fica:

$$f(x) \cong \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2}a_n(e^{in\lambda} + e^{-in\lambda}) - \frac{1}{2}ib_n(e^{in\lambda} - e^{-in\lambda})\right]$$

$$f(x) \cong \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2}a_n e^{in\lambda} + \frac{1}{2}a_n e^{-in\lambda} - \frac{1}{2}a_n e^{in\lambda} + \frac{1}{2}a_n e^{-in\lambda}\right]$$

$$f(x) \cong \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2}(a_n - ib_n)e^{in\lambda} + \frac{1}{2}(a_n + ib_n)e^{-in\lambda}\right] \tag{A.10}$$

Definimos :

$$C_n = a_n - ib_n \tag{A.11}$$

$$\overline{C}_n = a_n + ib_n \tag{A.12}$$

de modo que (A.10) pode ser reescrita como

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2}[C_n e^{in\lambda} + \overline{C}_n e^{in\lambda}] \tag{A.13}$$

Por (A.8) e (A.9) e lembrando que $\sin(\theta) = -\sin(-\theta)$ e $\cos(\theta) = \cos(-\theta)$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_T f(\lambda)\cos(n\lambda)d\lambda = \frac{2}{T}\int_T f(\lambda)\cos(-n\lambda)d\lambda = a_{-n}$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_T f(\lambda)\sin(n\lambda)d\lambda = \frac{2}{T}\int_T f(\lambda)\sin(-n\lambda)d\lambda = -b_{-n}$$

Assim

$$\overline{C}_n = \frac{1}{2}(a_n + ib_n) = \frac{1}{2}(a_n - ib_{-n}) = C_{-n}$$

e o somatório em (A.13) pode ser reescrita como

$$\sum_{i=1}^{\infty}[C_n e^{in\lambda} + C_{-n} e^{in\lambda}] \tag{A.14}$$

ou simplesmente (fazendo *n* em todos os inteiros, exceto zero)

$$\sum_{i=n\epsilon Z^*}^{\infty} [C_n e^{in\lambda}] \tag{A.15}$$

pelas equações (A.3) e (A.4) o coeficiente C_n, definido pela equação (A.11), fica:

$$C_n = a_n - ib_n$$

$$C_n = \frac{1}{2}[\frac{2}{T}\int_T f(\lambda)\cos n\lambda d\lambda - i\frac{2}{T}\int_T f(\lambda)\sin n\lambda d\lambda]$$

$$C_n = \frac{1}{T}\int_T f(\lambda)[\cos n\lambda - i\sin n\lambda d\lambda]$$

$$C_n = \frac{1}{T}\int_T f(\lambda)[e^{-in\lambda}]d\lambda, \qquad n \epsilon Z^* \tag{A.16}$$

Definimos também $C_0 = \frac{a_0}{2}$, isto é,

$$C_0 = \frac{a_0}{2} = \frac{1}{2}\frac{2}{T}\int_T f(\lambda)d\lambda = \frac{1}{T}\int_T f(\lambda)d\lambda \tag{A.17}$$

Usando as equações (A.15) e (A.17) a expansão de f em série de Fourier trigonométrica, dada pela

$$f(\lambda) \cong C_0 + \sum_{i=n\epsilon Z^*} C_n e^{in\lambda}$$

ou simplesmente (fazendo *n* variar em todos os inteiros, inclusive zero, e lembrando que $e^0 = 1$)

$$f(\lambda) \cong C_0 + \sum_{i=n\epsilon Z} C_n e^{in\lambda} \tag{A.18}$$

chamada de expansão em série de Fourier complexa(ou exponencial) de f. Fazendo *n* variar todos os inteiros, inclusive zero, e observando que (A.17) é um caso particular de (A.16), para n=0, os coeficientes da série (A.18) são todos pela equação (A.16)isto é,

$$C_n = \frac{1}{T}\int_T f(\lambda)e^{-in\lambda}d\lambda, \qquad n \epsilon Z \tag{A.19}$$

Para n=1 - Primeiro harmônico.

$$C_1 = \frac{1}{T}\int_T f(\lambda)e^{-i\lambda}d\lambda, \qquad n \epsilon Z$$

Apêndice B

Conceitos básicos da teoria da análise de Fourier

Qualquer real em $f(\lambda)$, que é seccionalmente diferenciável no intervalo (0 ,2π), pode ser escrito em termos de Séries de Fourier , representando.

$$f(\lambda) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathcal{F}(n) e^{in\lambda} \qquad (C.1)$$

onde o coeficiente complexo, $\mathcal{F}(n)$ é dado por

$$\mathcal{F}(n) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\lambda) e^{-in\lambda}\, d\lambda \qquad (C.2)$$

Vamos considerar agora a representação de Fourier com quantidades meteorologicas específicas ao longo de um círculo de latitude .

Assim, em (C.1) e (C.2), λ é dado como longitude , e n é o número de ondas ao redor de um

Tabela 1. Pares da transformada de Fourier consideradas neste estudo									
f(λ):	u	v	ω	z	T	h	X	Y	ESPAÇO EUCLIDIANO
$\mathcal{F}(n)$:	U	V	Ω	A	B	H	P	Q	ESPAÇO ESPECTRAL

círculo de latitude. As funções $f(\lambda)$ e $\mathcal{F}(n)$ consideradas aqui são listadas na tabela 1.

A quantidade $\mathcal{F}(n)$ é a representação de f(λ) no domínio do número de onda e é chamada de função espectral de f. O conjunto de equações , (C.1) e (C.2), é frequentemente referido como um par de transformadas de Fourier .

Usando (C.1) e (C.2), podemos escrever o par de transformada de Fourier para as derivadas de $f(\lambda, \phi, p, t)$. Especificamente, tem-se:

$$\frac{\partial f}{\partial \lambda} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} in\mathcal{F}(n)e^{in\lambda} \tag{C.3}$$

e

$$[in\mathcal{F}(n)] = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\partial f}{\partial \lambda} e^{-in\lambda}\, d\lambda \tag{C.4}$$

e

$$\frac{\partial f}{\partial \xi} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathcal{F}_\xi(n)e^{in\lambda} \tag{C.5}$$

e

$$[\mathcal{F}_\xi(n)] = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\partial f}{\partial \xi} e^{-in\lambda}\, d\lambda \tag{C.6}$$

Onde ξ pode ser ω, ϕ, p ou t, e o uso do índice denota a diferenciação parcial $\left(i.e.\ \ \mathcal{F}_\xi = \frac{\partial \mathcal{F}_\xi}{\partial \xi}\right)$.

Consideremos agora o produto de duas funções , f(λ) e g(λ), em que as funções espectrais são definidas como em (C.2) por $\mathcal{F}(n)$ e $\mathcal{G}(m)$, respectivamente. Para essas funções , podemos escrever,

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}[f(\lambda)g(\lambda)]e^{-in\lambda}d\lambda = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(\lambda)\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty}\mathcal{G}(m)e^{im\lambda}\right]e^{-in\lambda}\,d\lambda \qquad (C.7)$$

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}[f(\lambda)g(\lambda)]e^{-in\lambda}d\lambda = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\mathcal{G}(m)\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(\lambda)e^{-i(n-m)\lambda}\,d\lambda \qquad (8a)$$

Por (C.2)

$$\mathcal{F}(n-m) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(\lambda)e^{-i(n-m)\lambda}\,d\lambda$$

Substituindo a relação anterior em (C.8) chega-se a (C.9)

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}[f(\lambda)g(\lambda)]e^{-in\lambda}d\lambda = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\mathcal{G}(m)\mathcal{F}(n-m) \qquad (C.9)$$

Essa expressão de função espectral que é utilizada para o produto de duas variáveis, é frequentemente chamada de *Teorema da mutiplicação* . Para o caso especial, podemos obter o *Teorema de Parseval* para $n = 0$ em (9); como abaixo:

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}[f(\lambda)g(\lambda)]d\lambda = \sum_{m=-\infty}^{\infty}\mathcal{G}(m)\mathcal{F}(-m) \qquad (C.10)$$

Se, f for igual a g, tem-se:

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f^2(\lambda)d\lambda = \sum_{m=-\infty}^{\infty}|\mathcal{F}(m)|^2 \qquad (C.11)$$

Em (C.11) utilizou-se o fato de que $\mathcal{F}(-m)$ é o conjugado complexo de $\mathcal{F}(m)$, o que implica que $\mathcal{F}(+m)\mathcal{F}(-m) = |\mathcal{F}(m)|^2$.

isto pode ser verificado, também a partir de (C.3) que $\mathcal{F}(0) = \overline{f}$.

Note que:

$$\mathcal{F}(n) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(\lambda)e^{-in\lambda}\, d\lambda$$

$$\mathcal{F}(0) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(\lambda)e^{-i.0.\lambda}\, d\lambda$$

$$\mathcal{F}(0) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(\lambda)\, d\lambda \qquad (C.12)$$

Assim, $\mathcal{F}(0) = \overline{f}$, onde $\overline{f}$ é a média da função

Apêndice C

Estatística básica e equações no domínio espectral

C.1 Estatística básica

- A média no tempo ($\overline{f}$) médio,é dado por:

$$\overline{f} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f dt$$

- O cálculo da média zonal ($[f]$) é dada por:

$$[f] = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} f d\lambda$$

- O desvio em relação a média zonal, (f^*) é representado por:

$$f^* = f - [f]$$

- A média na área sobre uma superfície isobárica, (f) é dada pela expressão:

$$f \ = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$$

- O desvio da média na área, ($f^{''}$) é dado por:

$$f^{''} = f - f$$

- O par de transformadas de Fourier para análise harmônica ao redor de um ciclo de latitude é dado a partir das equações :

$$f(\lambda, \phi, p, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathcal{F}(n, \phi, p, t) e^{in\lambda}$$

$$\mathcal{F}(n, \phi, p, t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\lambda, \phi, p, t) e^{-in\lambda}$$

Onde λ, ϕ, p e t representam, respectivamente, a longitude, latitude, pressão e tempo.

Apêndice D

A Transformação Trigonométrica-Harmônica

Vimos anteriormente que é possível reescrevermos a série de Fourier em uma série complexa, tomando com relação de transformação a equação de Euler. A série trigonometrétrica de Fourier também pode ser escreta numa série harmônica, que nada mais é do que uma soma de harmônicos, ou seja, sinais ou ondas com comportamento periódico. A seguir descrevemos a série trigonométrica de Fourier na sua forma harmônica utilizando como base a diferença do arco duplo dos cossenos.

Demonstração das séries trigonométrica-harmônica

$$f(\lambda) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}(a_k \cos(k\lambda) + b_k \sin(k\lambda)) \tag{D.1}$$

chamando:

$$a_k = C_k \cos(\theta_k) \tag{D.2}$$

$$b_k = C_k \sin(\theta_k) \tag{D.3}$$

$$f(\lambda) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}(C_k \cos(\theta_k)\cos(k\lambda) + C_k \sin(\theta_k)\sin(k\lambda))$$

$$f(\lambda) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}[C_k(\cos(\theta_k)\cos(k\lambda) + \sin(\theta_k)\sin(k\lambda))]$$

Por:

$$\cos(k\lambda - \theta_k) = \cos(\theta_k)\cos(k\lambda) + \sin(\theta_k)\sin(k\lambda) \tag{D.4}$$

Temos:

$$f(\lambda) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos(k\lambda - \theta_k)$$

Fazendo $C_0 = \frac{a_0}{2}$

$$f(\lambda) = C_0 + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos(k\lambda - \theta_k) \tag{D.5}$$

- O primeiro Harmônico

Fazendo k=1,

$$f(\lambda) = C_0 + C_1 \cos(\lambda - \theta_k) \tag{D.6}$$

- Ângulo de fase

Fazendo a dividindo a_k por b_k,

$$\tan\theta_k = \frac{C_k \sin(b_k)}{C_k \cos(a_k)}$$

$$\tan\theta_k = \frac{b_k}{a_k} \tag{D.7}$$

temos a $\tan(\theta_k)$ chamado ângulo de fase.

- Amplitude harmônica

Fazendo o módulo de a_k b_k, encontramos C_k,

$$(a_k)^2 = (C_k)^2 \cos^2(\theta_k)$$

$$(b_k)^2 = (C_k)^2 \sin^2(\theta_k)$$

$$C_k = \sqrt{(a_k)^2 + (b_k)^2} \tag{D.8}$$

Assim encontramos a amplitude harmônica .